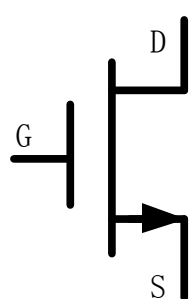


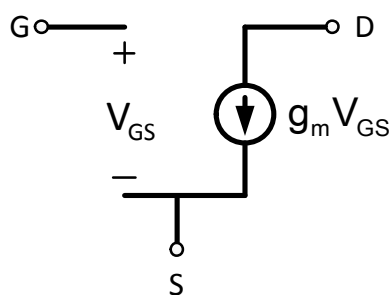
本文主要介绍 MOS 管电路的相关计算，主要应用于模拟 CMOS 集成电路设计。本文是针对拉扎维的《模拟 CMOS 集成电路设计》前三章的归纳总结，并结合自己的理解，对典型电路进行分析计算。本文致力于介绍用直观的方法计算电路的相关参数，或者只是简单的计算。本人上传到百度文库的另外一篇文章《三极管电路分析》介绍了用直观的方法计算 BJT 相关参数的方法，该文中的思想和本文中的是相似的，建议也可以看看，该文中介绍的交流通路的相关内容本文就不重点介绍了。还是要说明的是，本人学习 CMOS 电路也就一年的时间，没有流片经验，不保证本文内容完全正确，望以批评的态度看本文。

本文主要是计算 MOS 管电路的输出阻抗 R 和电压增益 A 。

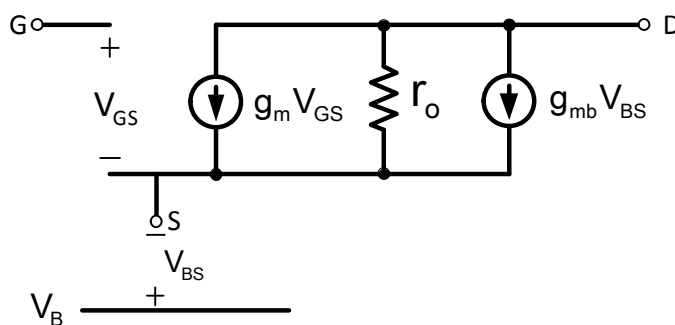
1 小信号模型



(a) NMOS 管



(b) 简单小信号模型



(c) 完整的 MOS 管小信号模型

熟悉小信号模型是必须的，直观的方法就是要对小信号模型相当的理解，要将看到的 (a) 中的图形想成 (c) 中的图形。不考虑各种二级效应就是 (b) 图，MOS 管是压控器件， V_{GS} 电压控制 DS 间电流，输入阻抗为无穷高，所以 MOS 管相对于 BJT 就是不需要计算输入阻抗。图 (c) 为包含两种二级效应的完整的 MOS 管小信号模型，其中 V_B 为衬底电压， r_o 是由沟道长度调制效应引起的， $g_{mb}V_{BS}$ 是由体效应引起的。只有在考虑这两种效应时才有

这两项，否则没有。忽略这两种效应就是图 (b)。图中的电压和电流源的方向是值得特别注意的。需要说明的是，图 (c) 同时适用于 PMOS 管和 NMOS 管，只不过 PMOS 管的 V_{GS} 为负值，相应的改变电流源方向而已。 V_{BS} 也是一样。

最终，我们应该看到图 (a) 中，GS 间是电压 V_{GS} ，GD 间永远是断开的，DS 间是两个压控电流源和一个电阻，要高度重视他们的方向。

2 一个简单的例子

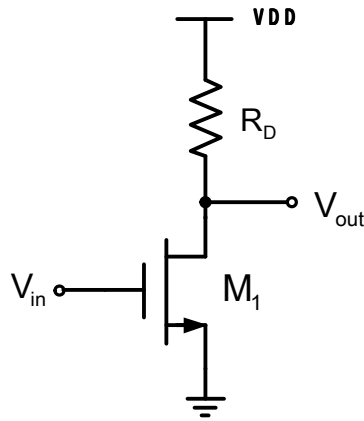


图 2 简单的 MOS 管放大电路

计算它的放大倍数和输出阻抗。 $V_B = V_S = 0$ ，因此没有体效应，如果忽略沟道长度调制效应，则没有 r_o 。 $V_{gs} = V_{in}$ 。

计算输出电阻，让 $V_{in} = 0$ ，则 MOS 管的 DS 间两个电流源为 0，电阻被忽略，则 DS 间开路，又有 DG 间开路，交流电路 VDD 相对于接 GND，则输出电阻就为 R_D 。如果不忽略沟道长度调制效应，则 DS 间有电阻 r_o ，这样交流通路中 R_D 和 r_o 并联，因此输出电阻为 $R_D // r_o$ 。

计算增益。忽略 r_o ，DS 间只有一个电流源，方向是 D 到 S，所以输出电压（要看交流通路）为 $V_{out} = -g_m V_{gs} R_D = -g_m V_{in} R_D$ ，得到电压增益为 $A = V_{out} / V_{in} = -g_m R_D$ 。如果计入 r_o ，则交流通路里面 R_D 和 r_o 并联，因此结果为 $A = -g_m (R_D // r_o)$ 。

3 计算电阻。

计算电阻非常重要，在计算增益的过程中肯定要用到的，计算电阻的电路分三类，只

要记住这三类，其他的电阻都可以简单的看出来。这三类电阻的推导拉扎维的书上都有，我这里就不详细推导了，只是直观的计算，重要的是分析它的结果。

3.1 二极管连接器件

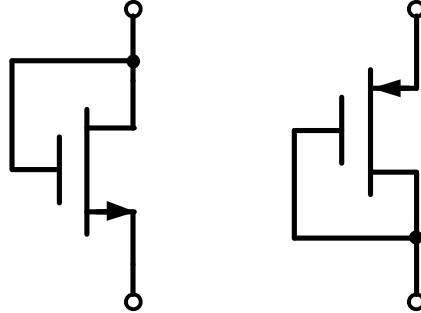


图3 二极管连接

这种连接的 MOS 管的 DS 间电阻是

$$\frac{1}{g_m} // \frac{1}{g_{mb}} // r_o \quad (1)$$

这个可直观的看出，因为 $V_{ds} = V_{gs}$ ，所以电流源 $g_m V_{gs} = g_m V_{ds}$ ，则该电流源就是电阻 $\frac{1}{g_m}$ ，

如果 D 和 G 是接的电源(NMOS 管)，则 $V_{ds} = V_{gs} = V_{bs}$ ，则电流源 $g_{mb} V_{bs}$ 就相当于电阻 $\frac{1}{g_{mb}}$ ，

这样就是三个电阻的并联了。如果忽略体效应，则让 $g_{mb} \rightarrow 0$ ，如果忽略沟道长度调制效应，

则令 $r_o \rightarrow \infty$ ，得电阻为 $\frac{1}{g_m}$ 。

3.2 从漏端看进去的电阻

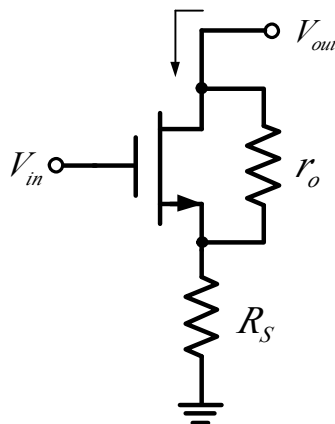


图4 从漏端看进去求电阻

图中电路，从漏端看进去的电阻是

$$r_o + R_S + (g_m + g_{mb})r_o R_S \quad (2)$$

具体推导拉扎维的书上有，这里就不计算了。图中的 r_o 就是 MOS 管内部，只是画出来了直观一些。计算电阻时是让输入 $V_{in} = 0$ 的。忽略体效应，则让 $g_{mb} \rightarrow 0$ ，得电阻为 $r_o + R_S + g_m r_o R_S$ 。忽略沟道长度调制效应，则令 $r_o \rightarrow \infty$ ，得电阻为 ∞ 。如果电路中没有电阻 R_S ，则令 $R_S \rightarrow 0$ ，得电阻为 r_o 。这是它的三种变形，只要记住了总的电阻，这三种都可以简单推出。

3.3 从源端看进去的电阻

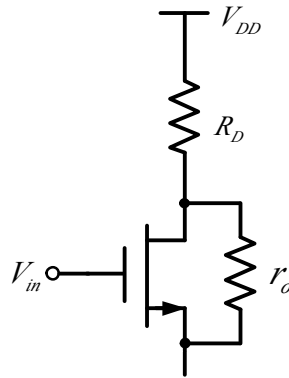


图 5 计算从源端看进去的电阻

它从源端看进去的电阻是

$$\frac{R_D + r_o}{1 + (g_m + g_{mb})r_o} \quad (3)$$

如果忽略体效应，则让 $g_{mb} \rightarrow 0$ ，得到电阻为 $\frac{R_D + r_o}{1 + g_m r_o}$ 。如果忽略沟道长度效应，则让

$r_o \rightarrow \infty$ ，对分子分母求导后得到电阻为 $\frac{1}{g_m + g_{mb}}$ 。如果没有电阻 R_D 则令 $R_D \rightarrow 0$ ，得到

电阻为 $\frac{r_o}{1 + (g_m + g_{mb})r_o} = \frac{1}{g_m} // \frac{1}{g_{mb}} // \frac{1}{r_o}$ ，可以看到， $R_D = 0$ 时就是二极管连接了，所以

得到的电阻就是前面介绍的二极管连接时的阻值。

4 计算增益 A 的方法

计算 A 一般有两种方法，一个是 $A = -G_m R_{out}$ ，其中的 R 的计算方法在上面已经介绍了， G_m 的计算方法将在下面介绍；另一个就是列方程或方程组求 V_{in} 和 V_{out} 的关系，方程一

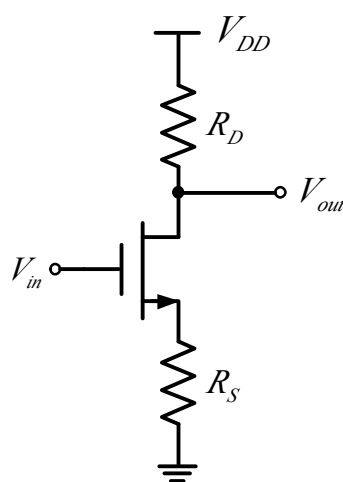
一般是列输出节点或关键节点的 KCL 方程。这两种方法文中都会介绍到。需要提醒的一个概念是, 这里的 R_{out} 严格意义上并不是指电路的输出电阻, 输出电阻的定义里是不包含负载的, 但是负载显然会影响电路的增益 A , 所以这里的 R_{out} 是指输出点的等效交流电阻, 是包含负载的。只不过在 MOS 管电路中, 由于 MOS 管栅极的输入电阻为无穷大, 而放大电路的输出往往是接的下一级的 MOS 管的栅极, 所以计算结果上没有区别, 但是这个概念还是要清楚, 不要被拉扎维的书弄糊涂了。

下面就通过对拉扎维书上各种例子的推导来介绍这两种计算增益的方法。

G_m 的计算是通过列 I_{out} 的公式来实现的, $G_m = \frac{I_{out}}{V_{in}}$, I_{out} 是指输出点对地交流短路时

流入的电流, 注意这个是交流短路, 都是对交流等效电路的计算, 因为是小信号。电流的正方向并不是流向地的, 而是从地流出来的, 也就是流到电路里面的。

例 1



求 R_{out} 。从 MOS 管 D 端往下看, 电阻是前面介绍的 $r_o + R_S + (g_m + g_{mb})r_o R_S$, 所以输出端电阻为它和 R_D 的并联, 为

$$R_{out} = [r_o + R_S + (g_m + g_{mb})r_o R_S] // R_D$$

$$= \frac{[r_o + R_S + (g_m + g_{mb})r_o R_S]R_D}{r_o + R_S + (g_m + g_{mb})r_o R_S + R_D}$$

计算 G_m 。输出 V_{out} 交流接地, 则 R_D 被短路, 电流 I_{out} 为流进 MOS 管的电流。回想一下, MOS 管的 DS 间由三部分组成。 R_S 上的压降 (即 S 端的电压) 为 $I_{out}R_S$, 因此得到

$V_{gs} = V_{in} - I_{out}R_S$, $V_{bs} = -I_{out}R_S$, 这样就知道了它内部的两个电流源的电流大小及方向。

计算 r_o 上的电流, 由于 V_{out} 交流接地, 则 r_o 上电流为 S 端的电压除以 r_o , 方向和 I_{out} 相反,

即 $\frac{-I_{out}R_S}{r_o}$, 这样就可以列出 I_{out} 的方程:

$$I_{out} = g_m(V_{in} - I_{out}R_S) + \left(\frac{-I_{out}R_S}{r_o}\right) + g_{mb}(-I_{out}R_S)$$

得到:

$$G_m = \frac{I_{out}}{V_{in}} = \frac{g_m r_o}{r_o + R_S + (g_m + g_{mb})r_o R_S}$$

这样得到:

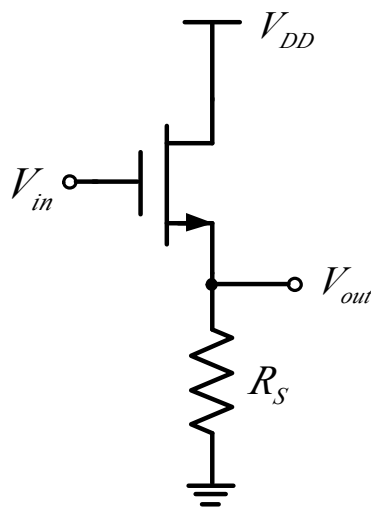
$$A = -G_m R_{out} = -\frac{g_m r_o R_D}{r_o + R_S + (g_m + g_{mb})r_o R_S + R_D}$$

同意, 忽略体效应则让 $g_{mb} \rightarrow 0$, 忽略沟道长度调制效应则让 $r_o \rightarrow \infty$ 对分子分母求导, 得

到:

$$A = \frac{g_m R_D}{1 + g_m R_S}$$

例 2



求 R_{out} 。从 V_{out} 往上看, 计算电阻时是让输入置零的, MOS 管为二极管连接, 所以电

阻为 $\frac{1}{g_m + g_{mb}} // r_o$, 则输出端电阻为它跟 R_S 的并联, 得到

$$R_{out} = \frac{1}{g_m + g_{mb}} // r_o // R_S = \frac{R_S r_o}{r_o + R_S + (g_m + g_{mb}) r_o R_S}$$

求 G_m 。将 V_{out} 交流接地, 则 R_S 被短路, r_o 也被短路, 体效应也没有了, $V_{gs} = V_{in}$, 因此得到 $I_{out} = -g_m V_{in}$, 注意方向哈, 方向一定是从地流出来的, 并不是流向地的。

求增益 A。 这样可以得到

$$A = -G_m R_{out} = \frac{g_m R_S r_o}{r_o + R_S + (g_m + g_{mb}) r_o R_S}$$

也可以列方程求解, 在交流通路中可以列出 V_{out} 点的电流方程:

$$\frac{V_{out}}{R_S} = g_m (V_{in} - V_{out}) + g_{mb} (-V_{out}) + \left(-\frac{V_{out}}{r_o} \right)$$

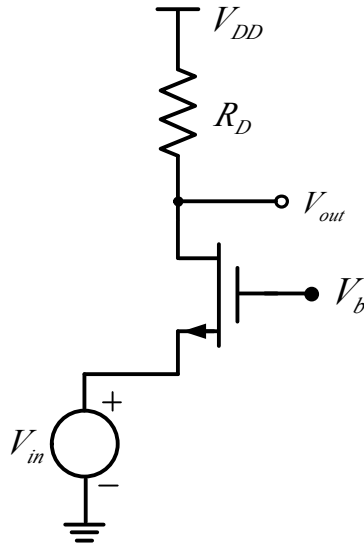
这样可以得到:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{g_m r_o R_S}{r_o + R_S + (g_m + g_{mb}) r_o R_S}$$

还可以用拉扎维书上介绍的电阻分压等效电路的方法, 可以得到相同的结果, 但是那种方法只能在源跟随器电路中使用, 并不通用。

如果要忽略 g_{mb} 和 r_o , 方法和上面介绍的一样, 这里就不再介绍了。

例 3



求 R_{out} 。将 V_{in} 置零，则从 V_{out} 往下看，可以通过前面的公式(2)中令 $R_S = 0$ 得到电阻为 r_o 。也可以直观的看， $V_{bs} = 0$ 没有体效应， V_b 为直流偏置电压，没有交流成份，因此交流通路中是接地的，这样 $V_{gs} = 0$ 。所以 MOS 管只剩下 r_o 了。 V_{DD} 为交流接地，这样 V_{out} 点处的

等效交流阻抗为 r_o 和 R_D 的并联，即 $R_{out} = R_D // r_o = \frac{R_D r_o}{R_D + r_o}$ 。

求 G_m 。将 V_{out} 交流接地，则 R_D 被短路， $V_{gs} = V_{bs} = -V_{in}$ ，得到关于 I_{out} 的方程：

$$I_{out} = g_m(-V_{in}) + g_{mb}(-V_{in}) - \frac{V_{in}}{r_o}$$

得到：

$$G_m = \frac{I_{out}}{V_{in}} = -(g_m + g_{mb}) - \frac{1}{r_o}$$

这样得到增益为：

$$A = -G_m R_{out} = \frac{R_D r_o (g_m + g_{mb}) + R_D}{R_D + r_o}$$

也可以列方程求解，直接列出交流通路中 V_{out} 点的电流方程：

$$\frac{V_{out} - V_{in}}{r_o} + g_m(-V_{in}) + g_{mb}(-V_{in}) = -\frac{V_{out}}{R_D}$$

得到：

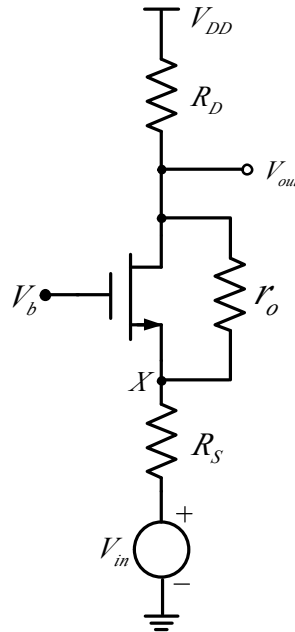
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_D + R_D r_o (g_m + g_{mb})}{r_o + R_D}$$

也可以很直观的看出来, 从 V_{in} 往上看, 等效电阻为 $R^* = \frac{R_D + r_o}{1 + (g_m + g_{mb})r_o}$, 则 V_{out} 为 V_{in}

在 R^* 内的 R_D 上的压降, 因此得到:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_D}{R^*} = \frac{R_D + R_D r_o (g_m + g_{mb})}{r_o + R_D}$$

例 4



求 R_{out} , 为 R_D 和从 V_{out} 往下看的电阻的并联 (将 V_{in} 置零):

$$R_{out} = R_D // [r_o + R_S + (g_m + g_{mb})r_o R_S] = \frac{R_D [r_o + R_S + (g_m + g_{mb})r_o R_S]}{R_D + r_o + R_S + (g_m + g_{mb})r_o R_S}$$

求 G_m :

$$I = g_m (-V_{in} - IR_S) + g_{mb} (-V_{in} - IR_S) - \frac{V_{in} + IR_S}{r_o}$$

得到:

$$G_m = \frac{I}{V_{in}} = -\frac{1 + (g_m + g_{mb})r_o}{r_o + R_S + (g_m + g_{mb})R_S}$$

得到增益为:

$$A = -G_m R_{out} = \frac{[1 + (g_m + g_{mb})r_o]R_D}{r_o + R_S + (g_m + g_{mb})R_S + R_D}$$

也可以列方程组求解：

$$\begin{cases} V_x = V_{in} - \frac{V_{out}}{R_D} R_S \\ I = -\frac{V_{out}}{R_D} = g_m(-V_x) + g_{mb}(-V_x) + \frac{V_{out} - V_x}{r_o} \end{cases}$$

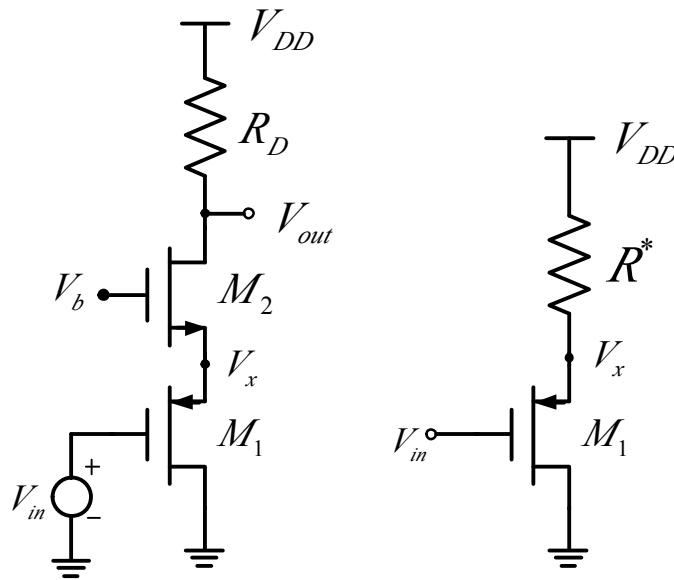
可以得到相同的 V_{in} 和 V_{out} 的关系。

另一种简单的方法是电阻分压，从 V_{in} 往上看的电阻是 $R_S + \frac{R_D + r_o}{1 + (g_m + g_{mb})r_o}$ ，而输出

电压 V_{out} 是在其中的 R_D 上的分压，所以有：

$$V_{out} = \frac{R_D}{R_S + \frac{R_D + r_o}{1 + (g_m + g_{mb})r_o}} = \frac{[1 + (g_m + g_{mb})r_o]R_D}{R_D + r_o + R_S + (g_m + g_{mb})r_o R_S}$$

例 5



右图为左图的等效电路， R^* 为左图中从 V_x 往上看的等效电阻，这样分解后左图中的计算就简单多了。这个例子中最重要的是介绍方向的问题，因为这次计算的是 PMOS 管。

计算 R_{out} 。在右图中， V_x 往下看的电阻为 $\frac{r_{o1}}{1 + (g_m + g_{mb})r_{o1}}$ ，这个电阻可以另公式 (3)

中的 $R_D = 0$ 得到，也可以认为 M_1 是二极管连接，是 $\frac{1}{g_m} // \frac{1}{g_{mb}} // r_{o1} = \frac{r_{o1}}{1 + (g_m + g_{mb})r_{o1}}$ 。

因此得到：

$$R_{out} = \frac{r_{o1}}{1 + (g_m + g_{mb})r_{o1}} // R^* = \frac{r_{o1}R^*}{r_{o1} + R^* + (g_m + g_{mb})r_{o1}R^*}$$

计算 G_m 。将 V_x 交流对地短路，则 $V_{bs} = 0$ ， r_o 上电流为 0， $V_{gs} = V_{in}$ ，得到 $I_{out} = -g_m V_{in}$ ，

注意方向，在小信号模型中，电流的正方向是从 D 到 S 的，所以这里电流方向为负值。这样得到 $G_m = -g_m$ 。

得到增益为：

$$A = -G_m R_{out} = \frac{g_m r_{o1} R^*}{r_{o1} + R^* + (g_m + g_{mb})r_{o1}R^*}$$

直接列方程解。 $V_{gs} = V_{in} - V_x$ ， $V_{bs} = -V_x$ ，列 V_x 处的电流方程有：

$$\frac{V_x}{R^*} = -\frac{V_x}{r_{o1}} + g_m(V_{in} - V_x) + g_{mb}(-V_x)$$

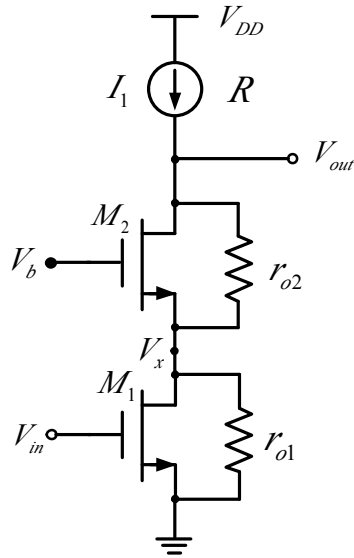
可以得到：

$$\frac{V_x}{V_{in}} = \frac{g_m r_{o1} R^*}{r_{o1} + R^* + (g_m + g_{mb})r_{o1}R^*}$$

列上面的电流方程时一定要注意方向，对于最开始介绍的小信号模型，对 NMOS 管和 PMOS 管都是适用的，参考电流方向都是从 D 到 S 的，只是 V_{gs} 和 V_{bs} 的值的正负可能不同，这样实际电流方向可能不同，其他的两者都是一样的。

拉扎维书上的式 (3.105) 是假设了左图中从 V_x 往上看到电阻为无穷大时得到的，在这里只有让上式中的 $R^* \rightarrow \infty$ 便可得到式 (3.105)。根据前面介绍的 V_x 到 V_{out} 的方法便可很容易的得到 V_{in} 到 V_{out} 的增益。

例 6



对于多个 MOS 管的电路，可以列方程组的方法来计算。电流源 I_1 用电阻 R 替代，以方便计算，再在最后的结果中令 $R \rightarrow \infty$ 来得到正确的结果。本例子是拉扎维书上图 3.58 的计算，该例子中已经介绍了 $G_m R_{out}$ 的方法，这里就不介绍了。设两个 MOS 管中间点为 V_x ，这样可以列出 V_x 点和 V_{out} 点关于电流的方程组：

$$I = g_{m2}(-V_x) + g_{mb2}(-V_x) + \frac{V_{out} - V_x}{r_{o2}} = g_{m1}V_{in} + \frac{V_x}{r_{o1}} = -\frac{V_{out}}{R}$$

这样消掉 V_x 就可以得到：

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{g_{m1}r_{o1}[r_{o2}R(g_{m2} + g_{mb2}) + R - r_{o2}]}{r_{o1} + R}$$

令 $R \rightarrow \infty$ ，对 R 求导，得到：

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -g_{m1}r_{o1}[r_{o2}(g_{m2} + g_{mb2}) + 1]$$

这个结果和拉扎维的书上就是一样了。

至此，基本的计算就介绍完了，当然还有很多的电路的计算需要其他的分析方法，这需要更多的题目和进行更多的总结。这里再总结一下，计算方法总共有两种，一个是 $G_m R_{out}$ ，另一个是直接列电流方程，如果电路特殊，还可以电阻分压的方法。这些关键是对小信号模型的理解以及对各种电路下的电阻的计算，熟悉了后只要直观的看就可以了。

