

4.7 部分响应系统

本节知识要点:

基本原理 一种实用的部分响应系统 一般形式的部分响应系统

在前面的讨论中, 为了消除码间串扰, 要求把基带传输系统的总特性 $H(\omega)$ 设计成理想低通特性, 或者等效的理想低通特性。然而, 对于理想低通特性系统而言, 其冲激响应为 $\sin x/x$ 波形。这个波形的特点是频谱窄, 而且能达到理论上的极限传输速率 2Baud/Hz , 但其缺点是第一个零点以后的尾巴振荡幅度大、收敛慢, 从而对定时要求十分严格。若定时稍有偏差, 极易引起严重的码间串扰。当把基带传输系统总特性 $H(\omega)$ 设计成等效理想低通传输特性, 例如采用升余弦频率特性时, 其冲击响应的“尾巴”振荡幅度虽然减小了, 对定时要求也可放松, 但所需要的频带却加宽了, 达不到 2Baud/Hz 的速率 (升余弦特性时为 1Baud/Hz), 即降低了系统的频带利用率。可见, 高的频带利用率与“尾巴”衰减大、收敛快是相互矛盾的, 这对于高速率的传输尤其不利。

那么, 能否找到一种频带利用率既高、“尾巴”衰减又大、收敛又快的传输波形呢? 下面将说明这种波形是存在的。通常把这种波形称为部分响应波形。利用这种波形进行传送的基带传输系统称为部分响应系统。

4.7.1 部分响应系统的基本原理

下面, 先通过一个实例对部分响应系统的基本概念加以说明。

我们已经熟知, $\text{Sa}(x) = \frac{\sin x}{x}$ 波形具有理想矩形频谱。现在, 我们将两个时间上相隔一个码元 T_b 的 $\text{Sa}(x)$ 波形相加, 如图 4-26 (a) 所示, 则相加后的波形 $g(t)$ 为

$$\begin{aligned} g(t) &= \frac{\sin \frac{\pi}{T_b} (t + \frac{T_b}{2})}{\frac{\pi}{T_b} (t + \frac{T_b}{2})} + \frac{\sin \frac{\pi}{T_b} (t - \frac{T_b}{2})}{\frac{\pi}{T_b} (t - \frac{T_b}{2})} \\ &= \text{Sa} \left[\frac{\pi}{T_b} (t + \frac{T_b}{2}) \right] + \text{Sa} \left[\frac{\pi}{T_b} (t - \frac{T_b}{2}) \right] \end{aligned} \quad (4-55)$$

经简化后得

$$g(t) = \frac{4}{\pi} \left[\frac{\cos(\pi t / T_b)}{1 - (4t^2 / T_b^2)} \right]$$

(4-56)

由图 4-26 (a) 可见, 除了在相邻的取样时刻 $t = \pm T_b / 2$ 处 $g(t) = 1$ 外, 其余的取样时刻上, $g(t)$ 具有等间隔零点。

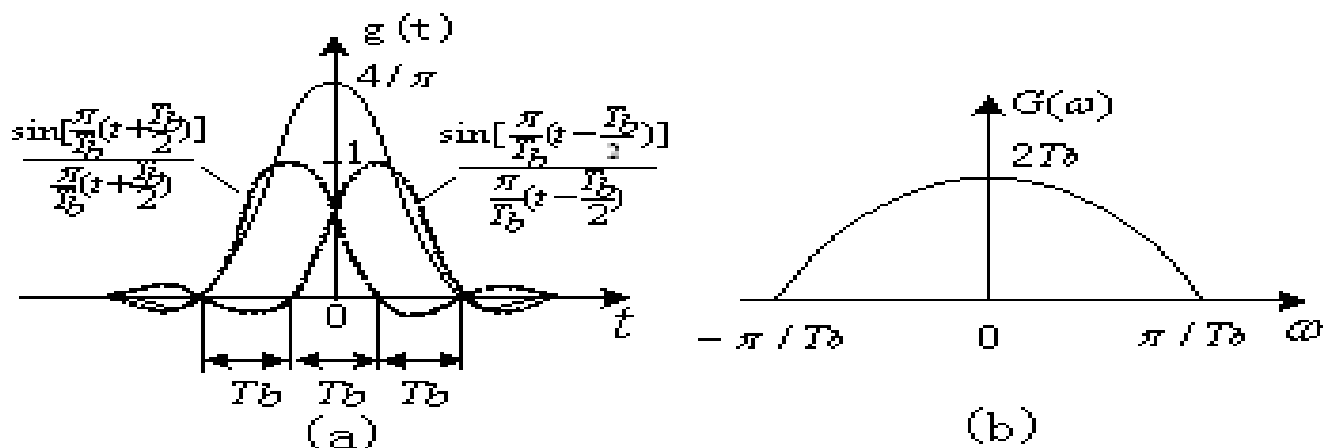


图4-26 $g(t)$ 波形 (a) 及其频谱 (b)

对式 (4-55) 进行傅氏变换, 可得 $g(t)$ 的频谱函数为

$$G(\omega) = \begin{cases} 2T_b \cos \frac{\omega T_b}{2} & |\omega| \leq \frac{\pi}{T_b} \\ 0 & |\omega| > \frac{\pi}{T_b} \end{cases} \quad (4-57)$$

显然, $g(t)$ 的频谱 $G(\omega)$ 限制在 $(-\pi / T_b, \pi / T_b)$ 内, 且呈缓变的半余弦滤波特性, 如图 4-26 (b) 所示。

下面对 $g(t)$ 的波形特点做进一步讨论。

(1) 由式 (4-56) 可见, $g(t)$ 波形的拖尾幅度与 t^2 成反比, 而 $\text{Sa}(x)$ 波形幅度与 t 成反比, 这说明 $g(t)$ 波形比由理想低通形成的 $h(t)$ 衰减大, 收敛也快。

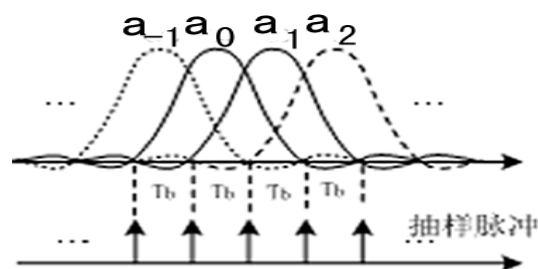


图4-27 码元发生串扰的示意图

(2) 若用 $g(t)$ 作为传送波形, 且传送码元间隔为 T_b , 则在抽样时刻上仅发生发送码元与其前后码元相互干扰, 而与其它码元不发生干扰, 如图 4-27 所示。表面上看, 由于前后码元的干扰很大, 故似乎无法按 $1/T_b$ 的速率进行传送。但由于这种 “干扰” 是确定的, 在收端可以消除掉, 故仍可按 $1/T_b$ 传输速率传送码元。

([点击此处观看flash](#))

设输入的二进制码元序列为 $\{a_k\}$, 并设 a_k 在抽样点上的取值为 $+1$ 和 -1 , 则当发送码元 a_k 时, 接收波形 $g(t)$ 在抽样时刻的取值 c_k 可由下式确定

$$c_k = a_k + a_{k-1} \quad (4-58)$$

式中, a_{k-1} 表示 a_k 前一码元在第 k 个时刻上的抽样值。不难看出, c_k 将可能有 -2 、 0 及 $+2$ 三种取值。显然, 如果前一码元 a_{k-1} 已经判定, 则可由下式确定发送码元 a_k 的取值。

$$a_k = c_k - a_{k-1} \quad (4-59)$$

从上面的例子看到, 实际中确实能找到频带利用率高 (达 2Baud/Hz) 和尾巴衰减大、收敛也快的传送波形。而且我们还看到, 在上述例子中, 码间串扰被利用 (或者说被控制)。这说明, 利用存在一定码间串扰的波形, 有可能达到充分利用频带和尾巴振荡衰减加快这样两个目的。

(3) 上述判决方法虽然在原理上是可行的, 但可能会造成误码的传播。因为, 由式 (4-59) 容易看出, 只要有一个码元发生错误, 则这种错误会相继影响以后的码元, 一直到再次出现传输错误时才能纠正过来。

4.7.2 一种实用的部分响应系统

下面介绍一种比较实用的部分响应系统。在这种系统里, 接收端无须预先已知前一码元的判定值, 而且也不存在误码传播现象。我们仍然以上面的例子来说明。

首先, 将发送端的绝对码 a_k 变换为相对码 b_k , 其规则为

$$b_k = a_k \oplus b_{k-1} \quad (4-60)$$

也即

$$a_k = b_k \oplus b_{k-1} \quad (4-61)$$

这里， $\oplus$ 表示模 2 和。

然后，把 $\{b_k\}$ 送给发送滤波器形成由式 (4-55) 决定的部分响应波形 $g(t)$ 序列。于是，参照式 (4-58) 可得

$$c_k = b_k + b_{k-1} \quad (4-62)$$

显然，若对 c_k 进行模 2 ($\text{mod} 2$) 处理，便可直接得到 a_k ，即

$$[c_k]_{\text{mod} 2} = [b_k + b_{k-1}]_{\text{mod} 2} = b_k \oplus b_{k-1} = a_k$$

或

$$a_k = [c_k]_{\text{mod} 2} \quad (4-63)$$

上述整个过程不需要预先知道 a_{k-1} ，故不存在错误传播现象。通常，把 a_k 按式 (4-60) 变成 b_k 的过程叫做“预编码”，而把式 (4-58) 或式 (4-62) 的关系称为相关编码。因此，整个上述处理过程可概括为“预编码—相关编码—模 2 判决”过程。

上述部分响应系统组成框图如图 4-28 所示，其中图 (a) 为原理框图，图 (b) 为实际组成框图。为简明起见，图中没有考虑噪声的影响。

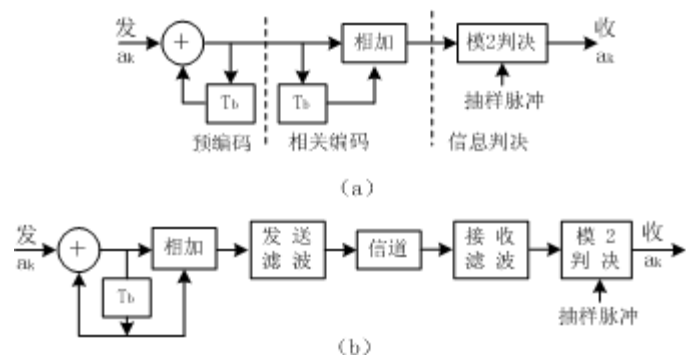


图 4-28 部分响应系统组成框图

4.7.3 一般形式的部分响应系统

上述讨论可以推广到一般的部分响应系统中去。

一般地，部分响应波形是式（ 4-55 ）形式的推广

$$g(t) = R_1 S_a \left(\frac{\pi}{T_b} t \right) + R_2 S_a \left[\frac{\pi}{T_b} (t - T_b) \right] + \dots + R_N S_a \left\{ \frac{\pi}{T_b} [t - (N-1)T_b] \right\} \tag{ 4-64 }$$

这是 N 个相继间隔 T_b 的 $S_a(x)$ 波形之和，其中 $R_m (m=1, 2, \dots, N)$ 为 N 个冲激响应波形的加权系数，其取值可为正、负整数（包括取 0 值）。如前面所讨论的例子，是 $R_1 = R_2 = 1$ 、其余 R_m 为 0 时的特殊情况。

由式（ 4-64 ） ，可得部分响应波形 $g(t)$ 的频谱函数 $G(\omega)$ 为

$$G(\omega) = \begin{cases} T_b \sum_{m=1}^N R_m e^{-j\omega(m-1)T_b} & |\omega| \leq \frac{\pi}{T_b} \\ 0 & |\omega| > \frac{\pi}{T_b} \end{cases} \tag{ 4-65 }$$

显然， $G(\omega)$ 仅在频域 $(-\pi/T_b, \pi/T_b)$ 内才有非零值。

不同的 $R_m (m=1, 2, \dots, N)$ ，将构成不同的部分响应波形，相应地有不同的相关编码方式。若设输入序列为 $\{a_k\}$ ，相应的相关编码电平为 $\{c_k\}$ ，仿照（ 4-58 ）式，则

$$c_k = R_1 a_k + R_2 a_{k-1} + \dots + R_N a_{k-(N-1)} \tag{ 4-66 }$$

由此看出， c_k 的电平数将依赖于 a_k 的进制数及 R_m 的取值。无疑，一般 c_k 的电平数超过的 a_k 进制数。

为了避免 “误码传播” 现象，与前述相似，一般部分响应系统也采用 “预编码—相关编码—模2判

决”处 理方法。在现在的情况下，预编码是完成下述运算

$$a_k = R_1b_k + R_2b_{k-1} + \cdots + R_Nb_{k-(N-1)} \quad (\text{按模 } L \text{ 相加})$$

(4-67)

这里，假设 $\{a_k\}$ 为 L 进制序列， $\{b_k\}$ 为预编码后的新序列（亦为 L 进制）。

然后，将预编码后的 $\{b_k\}$ 进行相关编码

$$c_k = R_1b_k + R_2b_{k-1} + \cdots + R_Nb_{k-(N-1)} \quad (\text{算术加})$$

(4-68)

可以看出，一般 c_k 的电平数将要超过 a_k 的进制数。

由式（ 4-67 ）和（ 4-68 ）可得

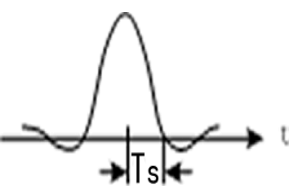
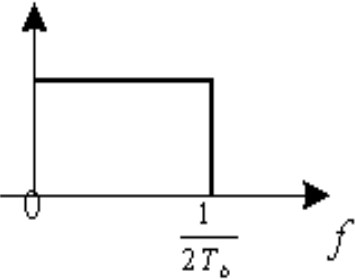
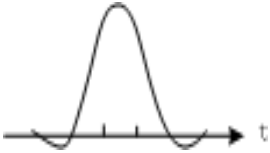
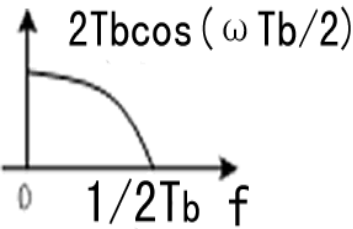
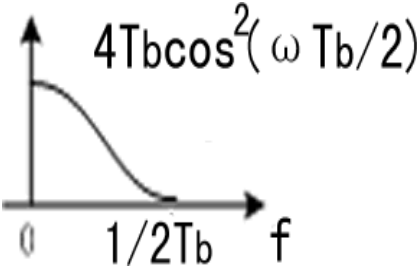
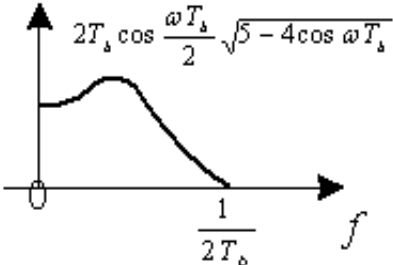
$$a_k = [c_k]_{\text{mod } L}$$

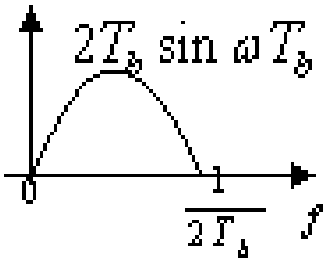
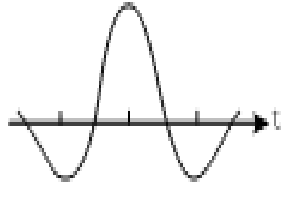
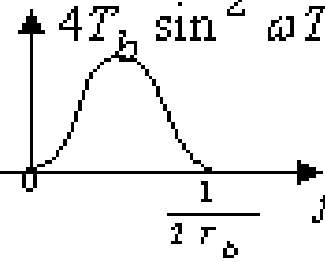
这即是所希望的结果。此时不存在差错传播问题，且收端译码十分简单，只须对 c_k 进行模 L 判决即可得 a_k 。

目前常见的部分响应波形有五类，分别命名为 I 、 II 、 III 、 IV 、 V 类，其定义、波形、频谱及加权系数 R_m 示于表 4-1 。为了便于比较，将理想抽样函数 $Sa(x)$ 也列入表内，称其为 0 类。可以看出，前面讨论的例子属于 I 类。

表 4-1 常见的部分响应波形

类 别	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	$g(t)$	$ G(\omega) , \omega \leq \frac{\pi}{T_b}$	二进制输 入时 c_k 的 电平数
0	1							2

							
I	1	1					3
II	1	2	1				5
III	2	1	- 1				5

IV	1	0	-1					3
V	-1	0	2	0	-1			5

从表中可以看出，各类部分响应波形的频谱宽度均不超过理想低通的频带宽度，且频率截止缓慢，所以采用部分响应波形，能实现 2Baud/Hz 的极限频带利用率，而且“尾巴”衰减大、收敛快。此外，部分响应系统还可实现基带频谱结构的变化。如表 4-1 中，各类 $g(t)$ 的频谱在 $1/2T_b$ 处为 0，并且有的频谱在零频率处也出现零点（见 IV、V 类），这为实际系统提供了有用的条件。例如，可在频谱的零点插入携带同步信息的导频，或者便于实现 SSB 调制、VSB 调制等。在实际中，第 IV 类部分响应波形应用最多，其系统框图可参照图 4-28 得到。

部分响应系统的缺点是当输入数据为 L 进制时，部分响应波形的相关编码电平数要超过 L 个，这样在输入信噪比相同条件下，部分响应系统的抗噪性能要比 0 类响应系统差。这表明，为了获得部分响应系统的优点，就需要付出一定代价（可靠性下降）。