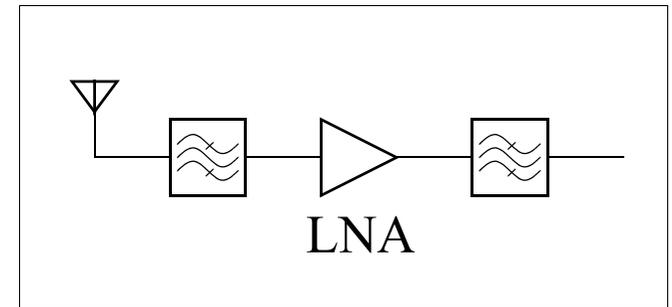


低噪声放大器 (LNA)

- LNA的功能和指标
- 二端口网络的噪声系数
- Bipolar LNA
- MOS LNA
 - ◆ 非准静态(NQS)模型和栅极感应噪声
 - ◆ CMOS最小噪声系数和最佳噪声匹配
 - ◆ LNA的不同结构
- 参考文献

LNA 的功能和指标

- 第一级有源电路，其噪声、非线性、匹配等性能对整个接收机至关重要
- 主要指标
 - 噪声系数 (NF)
取决于系统要求，可从 1 dB 以下到好几个 dB
 - 增益 (S_{21})
较大的增益有助于减小后级电路噪声的影响，但会引起线性度的恶化
 - 输入输出匹配 (S_{11} , S_{22})
决定输入输出端的射频滤波器频响
 - 反向隔离 (S_{12})
 - 线性度
未经滤除的干扰信号可通过互调 (Intermodulation) 等方式使接收质量降低



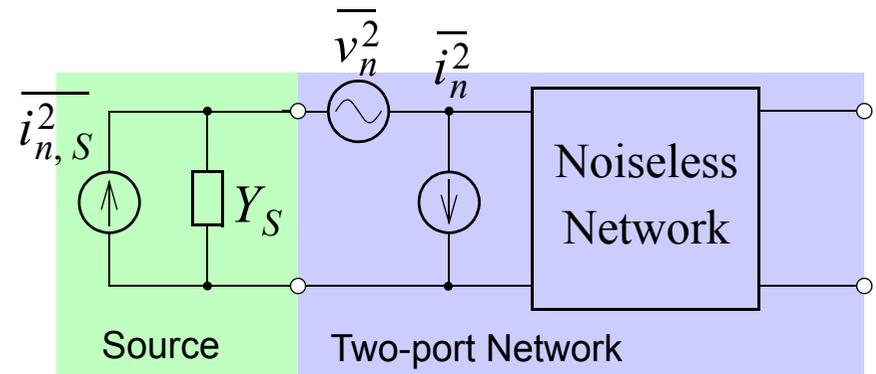
二端口网络的噪声系数

• 噪声参数

$$i_n = i_u + i_c, \quad i_c = Y_c v_n$$

$$F = \frac{\overline{i_{n,S}^2} + [\overline{i_u + v_n(Y_S + Y_c)}]^2}{\overline{i_{n,S}^2}}$$

$$= 1 + \frac{\overline{i_u^2} + |Y_S + Y_c|^2 \overline{v_n^2}}{\overline{i_{n,S}^2}}$$



定义

$$Y_S = G_S + jB_S, \quad Y_c = G_c + jB_c, \quad R_n = \frac{\overline{v_n^2}}{4kT\Delta f}, \quad G_u = \frac{\overline{i_u^2}}{4kT\Delta f}, \quad G_S = \frac{\overline{i_{n,S}^2}}{4kT\Delta f}$$

则

$$F = 1 + \frac{G_u + |Y_S + Y_c|^2 R_n}{G_S} = F_{\min} + \frac{|Y_S - Y_{\text{opt}}|^2 R_n}{G_S} \quad (1)$$

当晶体管及其偏置确定后，以下噪声参数在也可以确定：

Table 1: 二端口网络噪声参数

R_n	$\frac{\overline{v_n^2}}{4kT\Delta f}$	网络等效输入噪声电阻
Y_{opt}	$\sqrt{G_u/R_n + G_c^2} - jB_c$	最佳信号源导纳，其中
F_{min}	$1 + 2R_n(G_{opt} + G_c)$	最小噪声系数，其中 $G_{opt} = \sqrt{G_u/R_n + G_c^2}$

在不同信号源导纳下的放大器噪声系数可以使用(1)计算得到。而通过输入匹配网络的设计，可以改变源导纳达到给定的噪声指标。而改变 Y_S 或 Z_S 会同时影响放大器的其它性能如增益和稳定性等。经典的高频放大器设计中，匹配网络对这些指标的影响都在 Smith 圆图上得到直观的体现。

对公式(1)中的电阻和导纳归一化，

$$F = F_{min} + \frac{|y_S - y_{opt}|^2 r_n}{g_S} \quad (2)$$

再用反射系数表示 y_S 和 y_{opt} ，

$$y_S = \frac{1 - \Gamma_S}{1 + \Gamma_S} \quad y_{opt} = \frac{1 - \Gamma_{opt}}{1 + \Gamma_{opt}}$$

那么噪声系数可以写成

$$F = F_{\min} + \frac{4r_n |\Gamma_S - \Gamma_{\text{opt}}|}{(1 - |\Gamma_S|^2) \cdot |1 + \Gamma_{\text{opt}}|^2} \quad (3)$$

如果把 Γ_S 整理出来, 有

$$\frac{|\Gamma_S - \Gamma_{\text{opt}}|^2}{1 - |\Gamma_S|^2} = \frac{F - F_{\min}}{4r_n} |1 + \Gamma_{\text{opt}}|^2$$

对于某一给定的噪声系数 F_i , 等式右边为一常量, 定义它为 N_i , 即

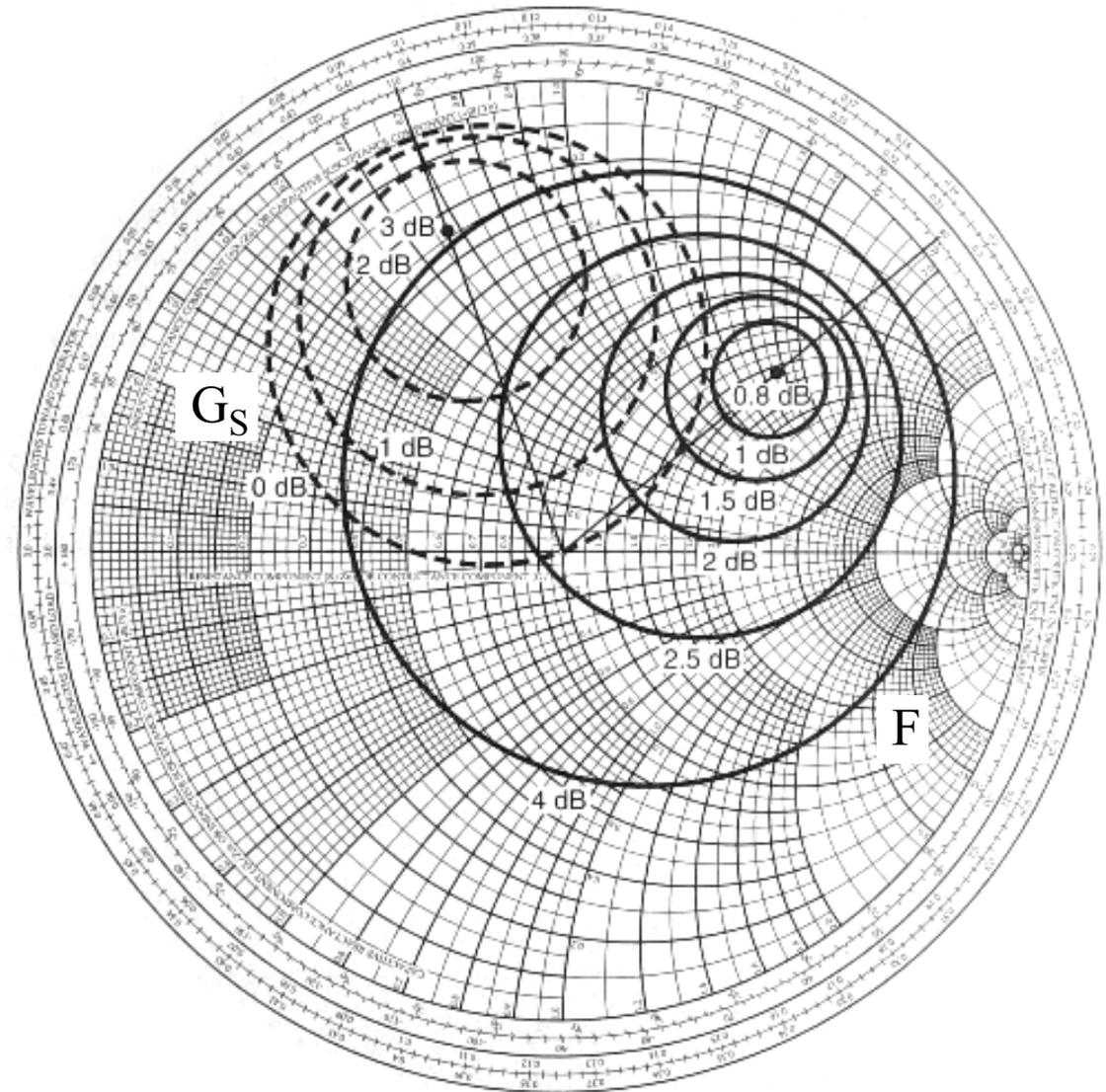
$$N_i = \frac{F_i - F_{\min}}{4r_n} |1 + \Gamma_{\text{opt}}|^2 \quad (4)$$

进一步分析显示, 产生给定 F_i 的 Γ_S 位于一个圆周上, 该圆的圆心和半径分别为

$$C_{F_i} = \frac{\Gamma_{\text{opt}}}{1 + N_i} \quad (5a)$$

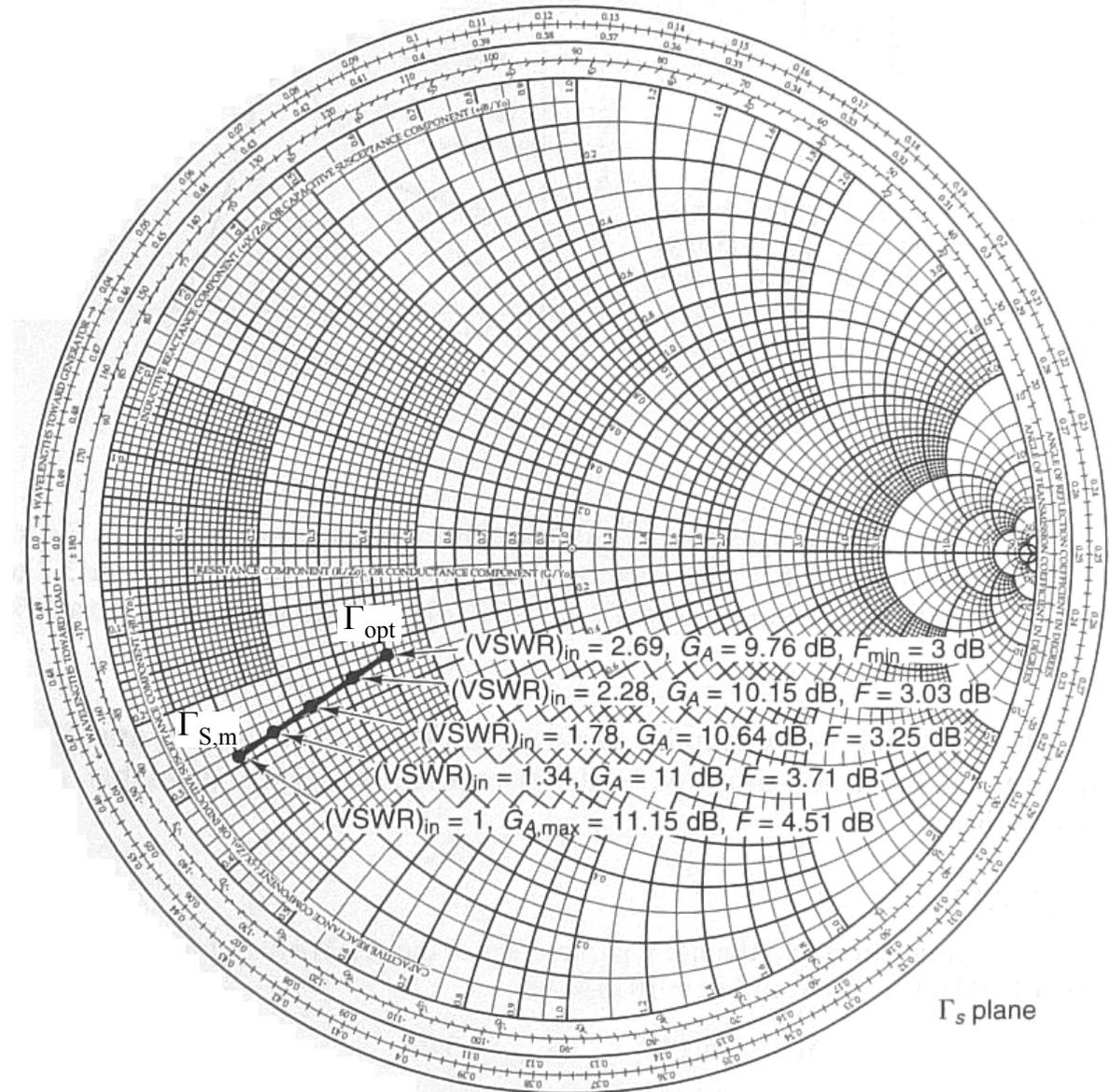
$$r_{F_i} = \frac{1}{1 + N_i} \sqrt{N_i^2 + N_i(1 - |\Gamma_{\text{opt}}|^2)} \quad (5b)$$

一般来说，最小噪声系数和最大增益所需要的 Γ_S 是不同的，右图给出了一个管子 Γ_S 平面上的噪声系数和 G_S 圆。



这张图更清楚地说明了放大器设计中噪声、增益与匹配之间的折衷关系。

这是一个基于 G_A 的设计，对于当 Γ_S 从 $\Gamma_{S,m}$ 向 Γ_{opt} 变化时，噪声系数和功率增益减小，输入驻波比增大。



Bipolar LNA

- 电路模型和等效输入噪声源

$$\overline{v_b^2} = 4kTr_b \cdot \Delta f$$

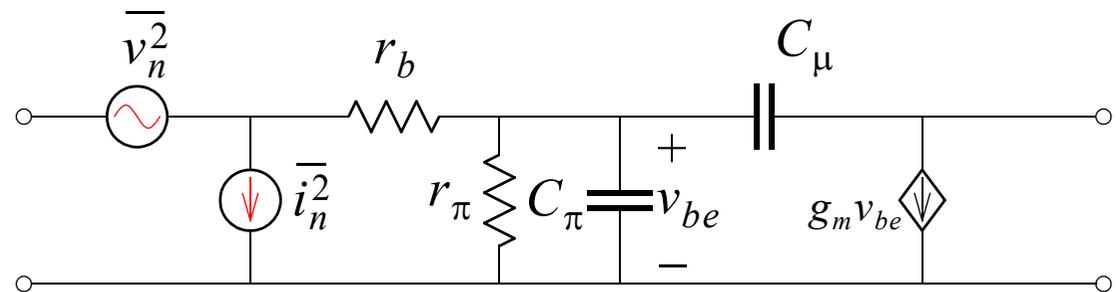
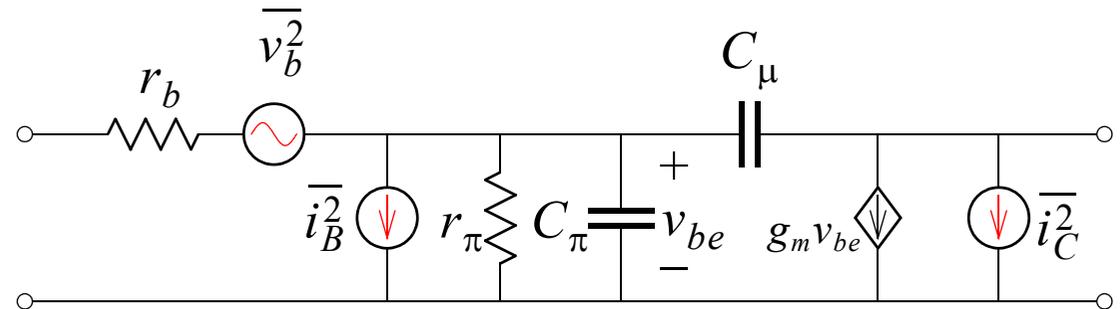
$$\overline{i_C^2} = 2qI_C \cdot \Delta f$$

$$\overline{i_B^2} = 2qI_B \cdot \Delta f$$

$$\overline{v_n^2} \approx \overline{v_b^2} + \frac{\overline{i_C^2}}{g_m^2} + \overline{i_B^2}r_b \approx \overline{v_b^2} + \frac{\overline{i_C^2}}{g_m^2}$$

$$\overline{i_n^2} = \overline{i_B^2} + \frac{\overline{i_C^2}}{|\beta(j\omega)|^2}$$

$$\beta(j\omega) = \frac{\beta_0}{1 + j\beta_0(\omega/\omega_T)}$$



- 当信号源内阻为 R_S 时，电路的噪声系数

$$F = 1 + \frac{\overline{(v_n + i_n R_S)^2}}{4kTR_S \cdot \Delta f} \quad (6)$$

为了计算方便， v_n 和 i_n 之间的相关性通常被忽略^[1]，即

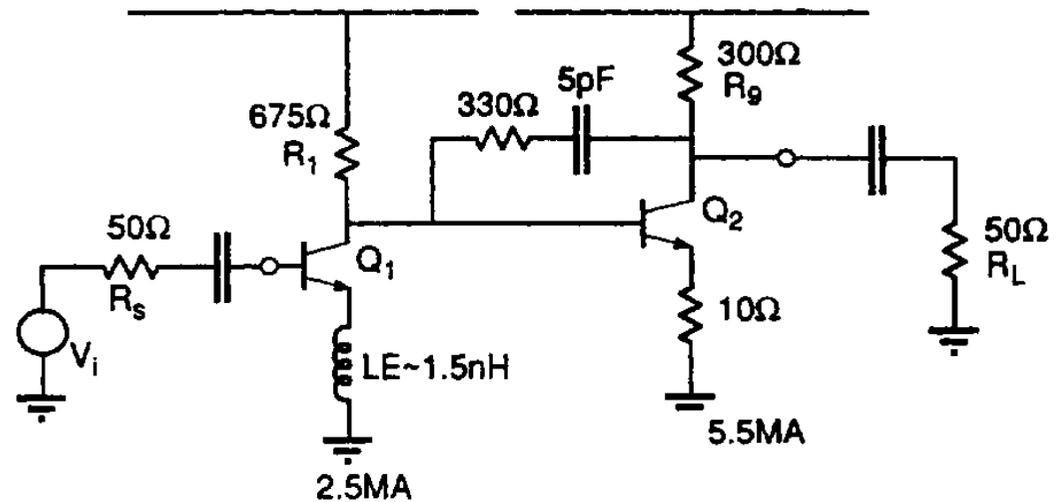
$$\begin{aligned} \overline{(v_n + i_n R_S)^2} &= \overline{v_n^2} + \overline{i_n^2 R_S^2} \\ &= \overline{v_b^2} + \frac{1}{g_m^2} \overline{i_C^2} + \overline{i_B^2} R_S^2 + \frac{R_S^2}{|\beta(j\omega)|^2} \overline{i_C^2} \\ &= \left[4kTr_b + 4kT \frac{1}{2g_m} + 2qI_C R_S^2 \left(\frac{1}{\beta_0} + \frac{1}{|\beta(j\omega)|^2} \right) \right] \Delta f \end{aligned}$$

于是

$$F = 1 + \frac{r_b}{R_S} + \frac{1}{2g_m R_S} + \frac{g_m R_S}{2} \left[\frac{1}{\beta_0} + \frac{1}{|\beta(j\omega)|^2} \right] \quad (7)$$

所以在设计中需要尽量减小基极电阻 r_b ，而跨导 g_m 的选择除了应减小总的噪声系数外还有增益、功耗、线性度等多方面的考虑。文献^[2]给出了一个很好的设计实例。

如图所示，其基本结构为两级共发放大器，输入输出均匹配到 50Ω 。



噪声系数主要由第一级放大器决定，主要参数为 $r_b = 11\Omega$ ， $g_m \approx 0.1\text{ S}$ ， $f_T \approx 5\text{ GHz}$ ， $\beta_0 = 80$ ， $|\beta(\omega)| \approx 5.5$ ，因此

$$F \approx 1 + \frac{11}{50} + \frac{5}{50} + \frac{5}{160} + \frac{5}{60} \approx 1.6\text{ dB}$$

模拟结果显示第二级电路使 F 上升为 1.95 dB 。

为减小噪声，第一级的输入匹配通过发射极电感负反馈获得：

$$Z_{in} \approx r_b + \beta(j\omega) \cdot j\omega L_E$$

MOS LNA

Bipolar LNA 的设计中，由于有清楚定义的噪声源和精确的电路模型，设计步骤和电路结构都很清晰明确。CMOS LNA 的设计则较为复杂，一方面短沟道 MOS 管的噪声参数往往需要通过测试而无法从电路参数直接获得，器件模型和电路模拟结果不能精确反映实际噪声性能；另一方面，栅极感应噪声的存在和高频时非准静态的工作状态使分析复杂度大为增加。

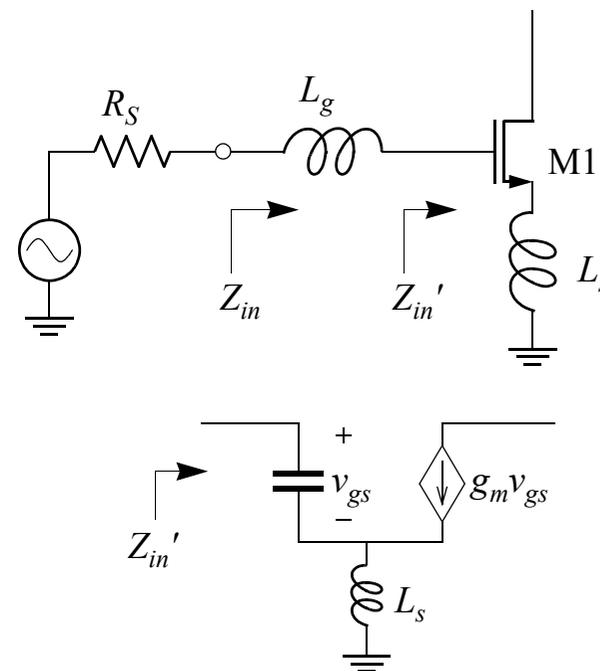
• 输入阻抗匹配的实现

分析和实践显示，右图所示的放大器结构能够提供与信号源匹配的输入电阻，但完全的匹配只在一个频率点获得，因此它仅适于窄带工作。与反馈等匹配方式相比，它在噪声和功耗上的优点非常明显。

忽略 C_{gd} ，源极反馈电感 L_s 使输入阻抗变为

$$Z_{in}' = \frac{1}{sC_{gs}} + \left(1 + g_m \frac{1}{sC_{gs}}\right) sL_s = \frac{1}{sC_{gs}} + sL_s + \frac{g_m}{C_{gs}} L_s$$

如果 C_{gs} 和 L_s 谐振在工作频率 ω_0 ，则



$$Z_{in}' = \frac{g_m}{C_{gs}} L_s \approx \omega_T L_s$$

因此只要使 $\omega_0 = 1/\sqrt{L_s C_{gs}}$ 和 $R_S = \omega_T L_s$ 成立，即可形成匹配，但这样固定了管子的尺寸，限制了对其它性能的控制。栅极电感 L_g 保证了 C_{gs} 可以不受阻抗匹配的限制而用于优化噪声系数，此时输入阻抗为

$$Z_{in}(s) = s(L_g + L_s) + \frac{1}{sC_{gs}} + \omega_T L_s \quad (8)$$

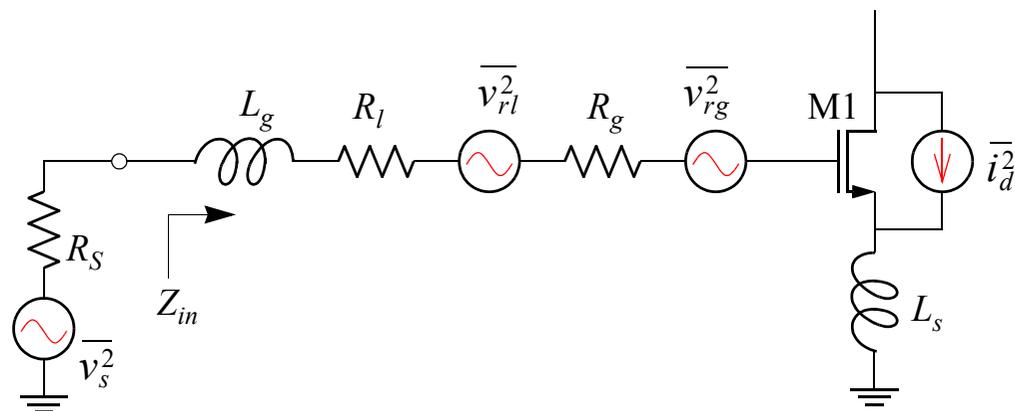
在这种放大器结构中 L_s 提供了匹配电阻， L_g 使输入回路谐振在工作频率。

• 匹配条件下的噪声系数

上图所示共源放大器的主要噪声源分别为

- » MOS管沟道热噪声 $\bar{i}_d^2 = 4kT\gamma g_{d0} \cdot \Delta f$
- » 电感 L_g 的串联寄生电阻 R_l 的热噪声 $\bar{v}_{rl}^2 = 4kTR_l \cdot \Delta f$
- » MOS管栅极多晶硅电阻 R_g 的热噪声 $\bar{v}_{rg}^2 = 4kTR_g \cdot \Delta f$

加上信号源内阻的热噪声 $\bar{v}_s^2 = 4kTR_s \cdot \Delta f$ ，上图可改成



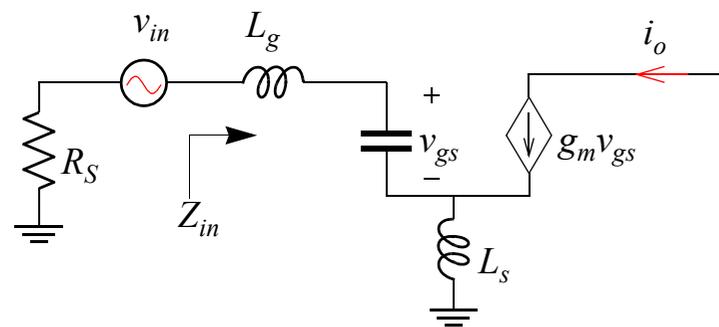
按照噪声系数的定义

$$F \equiv \frac{\text{Total output noise power}}{\text{Output noise power due to the source}} \quad (9)$$

这可以通过输出噪声电流来计算，也可以将所有噪声源等效为输入噪声电压，在输入端计算，我们这里使用第一种方法。

假设 $R_l + R_g \ll R_S$ ，那么输入端的一个电压源所产生的输出电流可以通过右图等效电路计算：

$$i_o = g_m v_{gs} = g_m \frac{1/(j\omega C_{gs})}{Z_{in} + R_S} v_{in}$$



该电路的等效跨导为

$$G_m(j\omega) = \frac{i_o}{v_{in}} = \frac{1/(j\omega C_{gs})}{Z_{in} + R_S} g_m = \frac{g_m}{j\omega C_{gs} \left[j\omega(L_g + L_s) + \frac{1}{j\omega C_{gs}} + \omega_T L_s \right]} \quad (10)$$

当输入回路谐振在工作频率时 $Z_{in} \approx \omega_T L_s$ ，故

$$G_m(j\omega_0) \approx \frac{g_m}{j\omega_0 C_{gs} (\omega_T L_s + R_S)} \approx \frac{\omega_T}{j\omega_0 (\omega_T L_s + R_S)} \quad (11)$$

由于 $\frac{1}{\omega_0 C_{gs} (\omega_T L_s + R_S)}$ 为输入谐振回路的等效 Q 值，在文献^[3]中将其定义为 Q_{in} 。

利用 G_m 和三个输入噪声电压的不相关性，它们所产生的总的输出噪声电流为

$$\overline{i_{o,1}^2} = (\overline{v_s^2} + \overline{v_{rl}^2} + \overline{v_{rg}^2}) |G_m|^2 = \frac{\omega_T^2 \cdot 4kT(R_S + R_g + R_l)\Delta f}{\omega_0^2 (\omega_T L_s + R_S)^2} \quad (12)$$

其中由源电阻 R_S 所引起的部分为

$$i_{o,s} = \frac{\omega_T^2 \cdot 4kTR_S \Delta f}{\omega_0^2 (\omega_T L_s + R_S)^2} \quad (13)$$

另一部分输出噪声电流由MOS管的沟道热噪声所引起，同样假设 $R_l + R_g \ll R_S$ ，根据下图的等效电路，不难求出

$$i_{o,d} = \frac{R_S + j\omega(L_s + L_g) + 1/(j\omega C_{gs})}{R_S + j\omega(L_s + L_g) + 1/(j\omega C_{gs}) + (g_m L_s)/C_{gs}} i_d$$

在谐振频率 ω_0 处

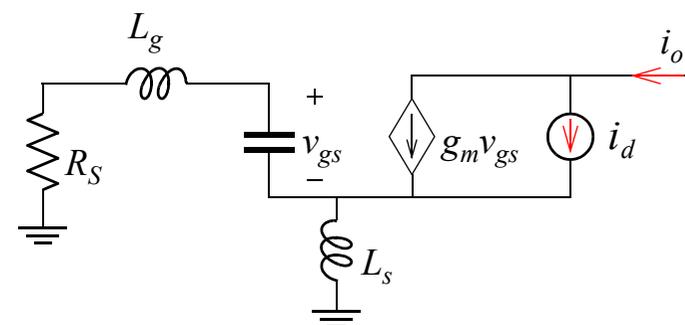
$$i_{o,d} \approx \frac{R_S}{R_S + \omega_T L_s} i_d \quad (14a)$$

$$\overline{i_{o,d}^2} = \frac{R_S^2}{(R_S + \omega_T L_s)^2} \overline{i_d^2} = \frac{R_S^2 \cdot 4kT\gamma g_{d0} \Delta f}{(R_S + \omega_T L_s)^2} \quad (14b)$$

于是

$$F = \frac{\overline{i_{o,1}^2} + \overline{i_{o,d}^2}}{\overline{i_{o,s}^2}} = \frac{\frac{\omega_T^2 \cdot 4kT(R_S + R_g + R_l)\Delta f}{\omega_0^2(\omega_T L_s + R_S)^2} + \frac{R_S^2 \cdot 4kT\gamma g_{d0} \Delta f}{(R_S + \omega_T L_s)^2}}{\frac{\omega_T^2 \cdot 4kTR_S \Delta f}{\omega_0^2(\omega_T L_s + R_S)^2}} = 1 + \frac{R_g}{R_S} + \frac{R_l}{R_S} + \gamma g_{d0} R_S \left(\frac{\omega_0}{\omega_T}\right)^2 \quad (15)$$

该表达式显示，在给定信号源内阻的条件下，必须尽量减小输入端的寄生电阻以及沟道噪声。



输入寄生电阻中， R_l 取决于电感 L_g 的品质因数，而 R_g 则可通过多指结构的版图进行优化。 R_{sq} 为多晶硅栅极的方块电阻，考虑分布效应并忽略接触孔电阻，叉指数为 n 时单端连接的多指结构的等效栅电阻为

$$R_g = \frac{1}{3n^2} \frac{R_{sq} W}{L} \quad (16a)$$

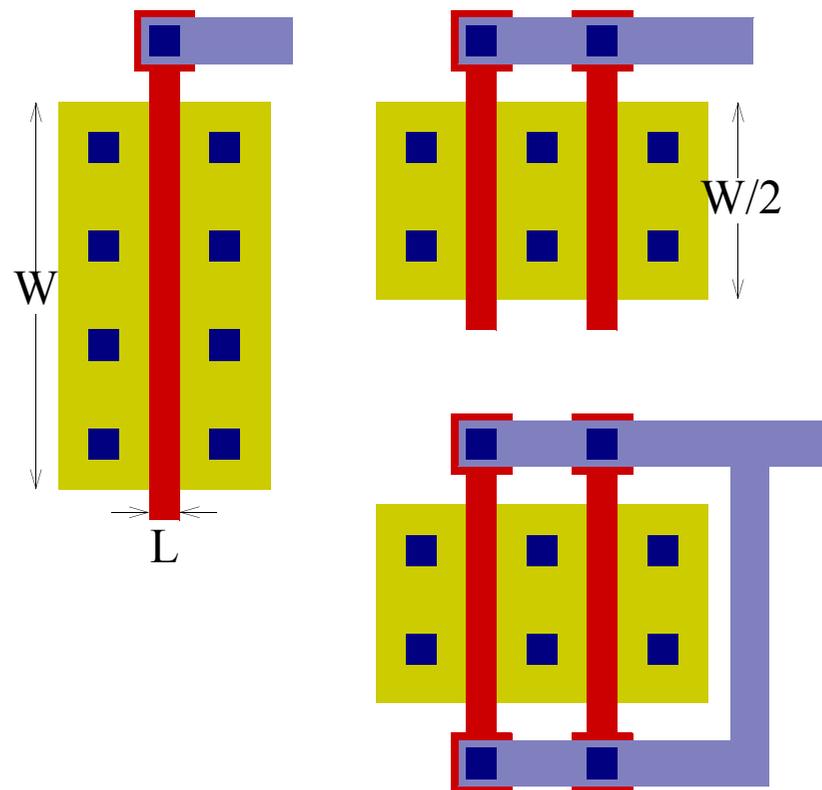
双端连接的多指结构的等效栅电阻为

$$R_g = \frac{1}{12n^2} \frac{R_{sq} W}{L} \quad (16b)$$

电阻的计算并没有考虑各栅极之间的连线电阻。

公式 (15) 中对噪声系数贡献最大的噪声源为管子的沟道热噪声，简单起见，下面的讨论中我们将忽略 R_l 和 R_g ，所以

$$F \approx 1 + \gamma g_{d0} R_s \left(\frac{\omega_0}{\omega_T} \right)^2$$



这个公式传递了一些很有意思的信息。

- 首先，随着工艺的发展，MOS管的 f_T 的提高将使噪声系数同步减小
- 其次，如果始终维持输入回路在 ω_0 的谐振，噪声系数在理论上有可能趋向于1或0dB，只要保持 ω_T 不变而使 $g_{d0} \rightarrow 0$ 。根据 g_{d0} 的表达式，

$$g_{d0} = \left. \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} \right|_{V_{DS} \rightarrow 0} = \mu C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{th}) \quad (17)$$

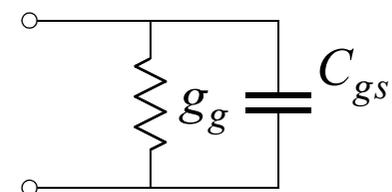
只要在保持偏置电压不变的前提下减小栅宽 W 就可以做到这一点。假设 W 减小 k 倍， I_D 、 g_m 和 C_{gs} 也都成倍减小，因此 ω_T 不变；再根据公式(11)，整个电路的等效跨导 G_m 也保持不变，即增益不变。当 k 取得很大时结论将非常有趣：我们可以用很小的MOS管($W \rightarrow 0$)、消耗极少量的功率($I_D \rightarrow 0$)而获得近乎0dB的噪声系数，并保持增益不变！另一方面，由于栅电容减小，其等效阻抗增大，信号在栅电容上的分压增大，使放大器的线性度变差。从谐振电路品质因数的角度，这也可以看成 Q_{in} 增大的过程。

这样的结论显然过于美好，因而是真实的，实际上问题在于以上分析所使用的MOS管的噪声模型还不够完整。

非准静态 (NQS) 模型和栅极感应噪声

- 高频激励下的栅极阻抗

栅极所加激励信号频率 $\omega_0 \ll \omega_T$ 时，栅极的输入阻抗呈纯容性，即栅极的信号电流领先电压 90° 。当信号频率趋近于 ω_T ，沟道中载流子的响应速度开始跟不上信号的变化速度，信号电流与纯容性阻抗的情况相比出现滞后，在电路参数上表现为输入阻抗中出现实部，这可以用一个电导 g_g 来表示：



$$g_g = \frac{\omega^2 C_{gs}^2}{5g_{d0}} \quad (18)$$

这种现象是由器件的分布特性所引起的，对应的电路模型称为准静态模型，一个与此相关的现象是栅极噪声电流。

- 栅极感应噪声电流 (**Drain induced gate noise**)

沟道载流子的不规则运动也会在栅极引起感应噪声电流 $\overline{i_g^2}$ (注意这不是栅极漏电流的散弹噪声):

$$\overline{i_g^2} = 4kT\delta g_g \cdot \Delta f \quad (19)$$

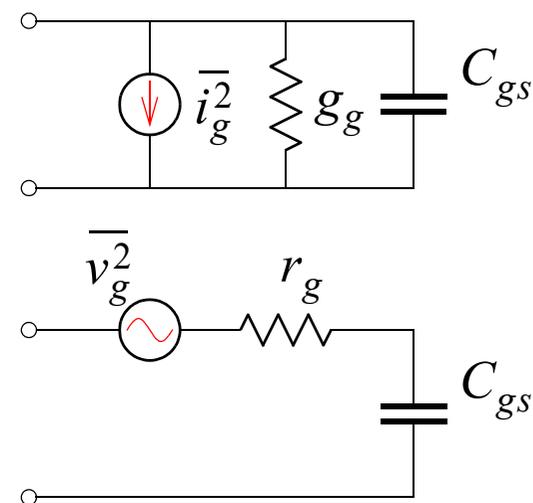
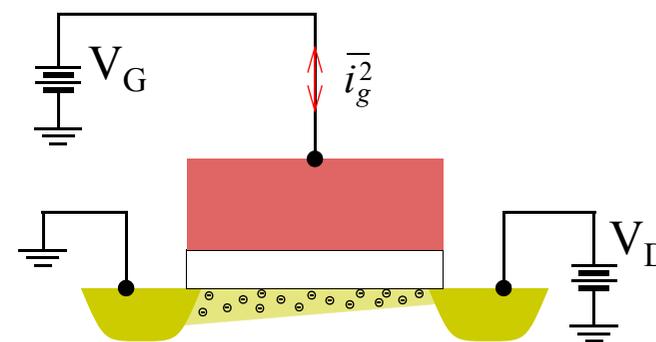
其中的 δ 称为栅噪声系数, 长沟道器件在饱和状态下 $\delta \approx 4/3$, 短沟道器件的情况不明确。

$\overline{i_g^2}$ 与 g_g 的并联可以等效成一个噪声电压源 $\overline{v_g^2}$ 与一个电阻 r_g 的串联:

$$\overline{v_g^2} = 4kT\delta r_g \cdot \Delta f \quad (20)$$

$$r_g = \frac{1}{5g_{d0}} \quad (21)$$

电导 g_g 或电阻 r_g 并不是物理电阻, 所以它们本身不产生噪声。



- 栅噪声与沟道噪声的关系

栅噪声电流和沟道噪声电流都是沟道载流子的不规则运动引起的，因此它们具有相关性，长沟道条件下的相关系数为

$$c = \frac{\overline{i_g \cdot i_d^*}}{\sqrt{\overline{i_g^2} \cdot \overline{i_d^2}}} \approx j0.395 \quad (22)$$

故 i_g 可表示为与沟道热噪声相关和不相关的部分 i_{gc} 和 i_{gu} :

$$i_g = i_{gc} + i_{gu}$$

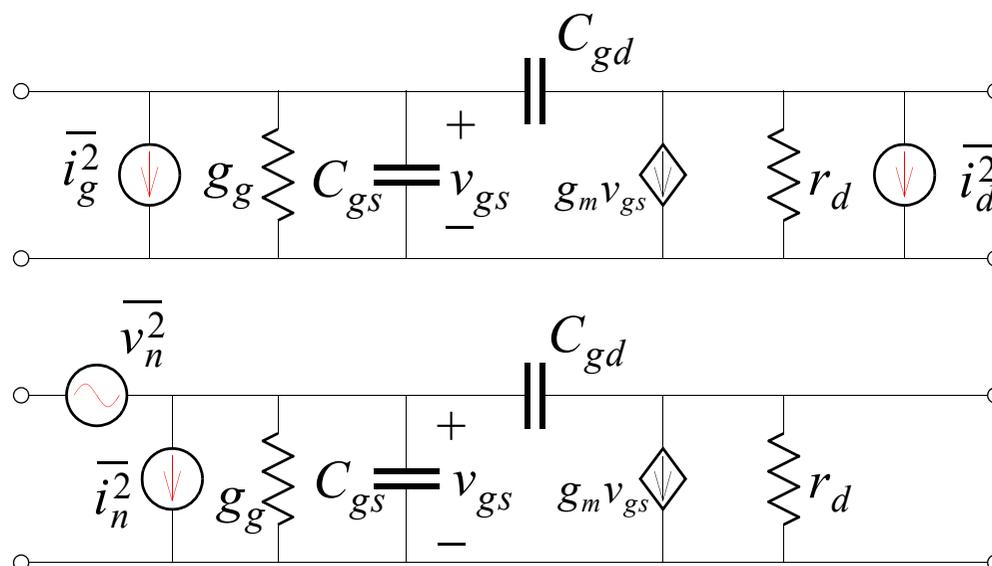
$$|c|^2 = \frac{\overline{(i_{gc} + i_{gu}) \cdot i_d^*}}{\overline{i_g \cdot i_d}} = \frac{\overline{i_{gc} \cdot i_d^* + i_{gu} \cdot i_d^*}}{\overline{i_g \cdot i_d}} = \frac{\overline{i_{gc} \cdot i_d^*}}{\overline{i_g \cdot i_d}} = \frac{\overline{i_{gc}^2} \cdot \overline{i_d^2}}{\overline{i_g^2} \cdot \overline{i_d^2}}$$

所以有

$$\overline{i_{gc}^2} = \overline{i_g^2} |c|^2 \quad (23a)$$

$$\overline{i_g^2} = \overline{(i_{gc} + i_{gu})^2} = 4kT\delta g_g |c|^2 \Delta f + 4kT\delta g_g (1 - |c|^2) \Delta f \quad (23b)$$

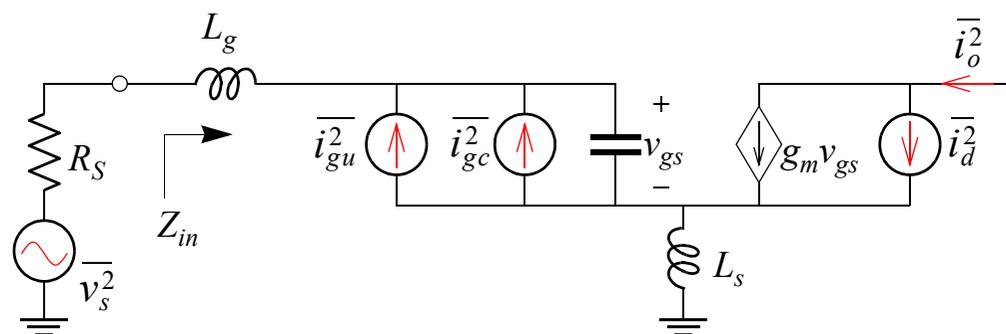
- 短沟道 MOS 管的噪声模型



$$\overline{v_n^2} = \frac{\overline{i_d^2}}{g_m^2} + \overline{v_g^2} \approx \frac{\overline{i_d^2}}{g_m^2} \quad (24a)$$

$$\overline{i_n^2} = \overline{\left(i_{gc} + \frac{j\omega C_{gs}}{g_m} i_d \right)^2} + 4kT\Delta f\delta g_g(1 - |c|^2) \quad (24b)$$

- 包含栅噪声的噪声系数



引入了栅极噪声电流后，前面的分析需要进行修改，当栅宽减小时，虽然 i_d 的影响在减小，但由于 C_{gs} 的阻抗增加了，栅电流的贡献增大了。

由于与 i_d 之间的部分相关性，栅极噪声电流 i_{gu} 和 i_{gc} 所引起的输出噪声电流需要分别考虑，根据^[3]，总的噪声系数为

$$F = 1 + \frac{\gamma \chi \omega_0}{\alpha Q_L \omega_T} \quad (25)$$

这里的 $\alpha \leq 1$ 为 g_m 和 g_{d0} 的比值：

$$g_m = \alpha g_{d0} \quad (26)$$

Q_L 为 L_g , L_s , C_{gs} 和 R_S 所组成的串联谐振电路的 Q 值:

$$Q_L = \frac{\omega_0(L_g + L_s)}{R_S} = \frac{1}{\omega_0 C_{gs} R_S} \quad (27)$$

所以 Q_L 的大小表示了 C_{gs} , 或者说 MOS 管尺寸的大小, Q_L 越大表示管子越小。

$$\chi = 1 + 2|c|Q_L \sqrt{\frac{\delta\alpha^2}{5\gamma}} + \frac{\delta\alpha^2}{5\gamma}(1 + Q_L^2) \quad (28)$$

由于其中包含了常数项和分别正比于 Q_L 和 Q_L^2 的项, 因此 F 的表达式中就包含了常数项以及分别正比于和反比于 Q_L 的项, 从而必定存在一个 Q_L (或某一个管子尺寸) 使 F 达到最小值。

另外, 由于 i_d 与 i_g 产生的源头相同, Thomas Lee 在他的论述中假设了工艺的变化对它们具有相同的影响, 也就是

$$\delta/\gamma = \delta/\gamma|_{\text{long channel}} = 2 \quad (29)$$

下面我们从噪声匹配的角度来讨论噪声系数的优化。

CMOS 最小噪声系数和最佳噪声匹配

- 二端口网络的噪声参数:

$$R_n = \frac{\overline{v_n^2}}{4kT\Delta f} = \frac{\overline{i_d^2}}{g_m^2} \frac{1}{4kT\Delta f} = \frac{4kT\gamma g_{d0}\Delta f}{g_m^2 4kT\Delta f} = \frac{\gamma g_{d0}}{g_m^2} = \frac{\gamma}{\alpha g_m} \quad (30)$$

$$G_u = \frac{4kT\delta g_g(1-|c|^2)\Delta f}{4kT\Delta f} = \delta g_g(1-|c|^2) = \frac{\delta\omega^2 C_{gs}^2}{5g_{d0}}(1-|c|^2) \quad (31)$$

$$Y_c = \frac{i_{gc} + (j\omega C_{gs}/g_m) \cdot i_d}{v_n} = \frac{i_{gc} + (j\omega C_{gs}/g_m) \cdot i_d}{i_d/g_m} = g_m \frac{i_{gc}}{i_d} + j\omega C_{gs} \quad (32)$$

而

$$\frac{i_{gc}}{i_d} = \frac{i_{gc}i_d^*}{i_d i_d^*} = \frac{\overline{i_{gc}i_d^*}}{\overline{i_d i_d^*}} = \frac{\overline{i_{gc}i_d^*}}{\overline{i_d^2}} = \frac{\overline{i_g i_d^*}}{\overline{i_d^2}} = \frac{\overline{i_g i_d^*}}{\sqrt{\overline{i_d^2}}\sqrt{\overline{i_d^2}}\sqrt{\overline{i_g^2}}} = \frac{\overline{i_g i_d^*}}{\sqrt{\overline{i_d^2}}\sqrt{\overline{i_g^2}}\sqrt{\overline{i_d^2}}} = c \sqrt{\frac{\overline{i_g^2}}{\overline{i_d^2}}}$$

$$\sqrt{\frac{\overline{i_g^2}}{\overline{i_d^2}}} = \sqrt{\frac{4kT\delta g_g \cdot \Delta f}{4kT\gamma g_{d0} \cdot \Delta f}} = \sqrt{\frac{\delta g_g}{\gamma g_{d0}}} = \sqrt{\frac{\delta(\omega^2 C_{gs}^2)/(5g_{d0})}{\gamma g_{d0}}} = \frac{\omega C_{gs}}{g_{d0}} \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}}$$

$$\begin{aligned} \therefore Y_c &= G_c + jB_c = g_m \frac{i_{gc}}{i_d} + j\omega C_{gs} = \frac{g_m c}{g_{d0}} \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}} \omega C_{gs} + j\omega C_{gs} \\ &\approx j\omega C_{gs} \left(1 + \alpha |c| \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

$$\therefore G_c \approx 0 \quad B_c = \omega C_{gs} \left(1 + \alpha |c| \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}} \right) \quad (34)$$

由此可以求出获得最小噪声系数所需的最佳信号源导纳为

$$G_{opt} = \sqrt{\frac{G_u}{R_n} + G_c^2} = \alpha \omega C_{gs} \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma} (1 - |c|^2)} \quad (35a)$$

$$B_{opt} = -B_c = -\omega C_{gs} \left(1 + \alpha |c| \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}} \right) \quad (35b)$$

最小噪声系数为

$$F_{min} = 1 + 2R_n(G_{opt} + G_c) \approx 1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \frac{\omega}{\omega_T} \sqrt{\gamma\delta(1 - |c|^2)} \quad (36)$$

- 噪声匹配

在信号源导纳为 $Y_S = G_S + jB_S$ 时，噪声系数为

$$F = F_{min} + \frac{R_n}{G_S} [(G_S - G_{opt})^2 + (B_S - B_{opt})^2] \quad (37)$$

根据公式 (35b)，最佳的信号源电纳呈感性，其中 $\alpha < 1$ ，假设 $|c| = 0.395$ ，

$\delta/\gamma = 2$ ，那么 $|B_{opt}| = \omega C_{gs} \left(1 + \alpha|c| \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}}\right) < 1.25\omega C_{gs}$ ；最佳信号源导纳的等效 Q 值为

$$Q_{opt} = \left| \frac{B_{opt}}{G_{opt}} \right| = \frac{1 + \alpha|c| \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}}}{\alpha \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}} (1 - |c|^2)} = \frac{\frac{1}{\alpha} + |c| \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}}}{\sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}} (1 - |c|^2)} > 2.15$$

将导纳转换成阻抗时最佳信号源电抗为

$$X_{opt} = -\frac{1}{B_{opt}} \frac{1}{1 + 1/Q_{opt}^2} > \frac{1}{1.5\omega C_{gs}}$$

这说明噪声匹配所需要的信号源电抗小于功率匹配所需要的信号源电抗，但应该说它们是接近的，所以下面假设总是可以保证 $B_S = B_{opt}$ ，于是

$$F = F_{min} + \frac{R_n}{G_S} (G_S - G_{opt})^2 \quad (38)$$

当 $G_S = 50\Omega$ 时，为了获得最小的噪声系数，可以改变 C_{gs} 使 $G_{opt} = G_S$ ：

$$C_{gs} = \frac{G_{opt}}{\alpha\omega \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}(1 - |c|^2)}} = \frac{50}{\alpha\omega \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}(1 - |c|^2)}}$$

但是这样做会造成非常大的器件尺寸和直流功耗，常见的情形是在给定增益或功耗的条件下优化噪声系数

- 给定功耗条件下的噪声优化

为简练起见，定义

$$Q'_{opt} = \frac{G_{opt}}{\omega C_{gs}} = \alpha \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}} (1 - |c|^2)$$

沿用 Q_L 的定义并使用近似 $G_S \approx 1/R_S$,

$$Q_L = \frac{1}{\omega C_{gs} R_S} \approx \frac{G_S}{\omega C_{gs}}, \quad G_S = Q_L \omega C_{gs}$$

于是有

$$\begin{aligned} F &= F_{min} + \frac{R_n}{G_S} (G_S - G_{opt})^2 \\ &= F_{min} + \frac{\gamma}{\alpha g_m} \frac{1}{Q_L \omega C_{gs}} (Q_L \omega C_{gs} - Q'_{opt} \omega C_{gs})^2 \\ &= F_{min} + \frac{\gamma}{\alpha} \cdot \frac{1}{g_m R_S} \cdot \left[1 - \frac{Q'_{opt}}{Q_L} \right]^2 \end{aligned} \tag{39}$$

为了在噪声系数的表达式中引入功耗(电流), 我们来看一下漏电流

$$I_D = \frac{1}{2} \mu C_{ox} \frac{W}{L} (V_{gs} - V_{th}) \cdot \frac{(V_{gs} - V_{th})(LE_{sat})}{(V_{gs} - V_{th}) + LE_{sat}} \quad (40)$$

这里

$$E_{sat} = \frac{2v_{sat}}{\mu}$$

定义

$$\rho = \frac{V_{gs} - V_{th}}{LE_{sat}} \quad (41)$$

公式(40)可写成

$$\begin{aligned} I_D &= \frac{1}{2} \mu C_{ox} \frac{W}{L} \cdot \frac{(LE_{sat})^2 (V_{gs} - V_{th})^2}{(LE_{sat})^2} \cdot \frac{1}{1 + \rho} \\ &= \frac{1}{2} \mu C_{ox} W L E_{sat}^2 \cdot \frac{\rho^2}{1 + \rho} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_D &= WLC_{ox}v_{sat}E_{sat} \cdot \frac{\rho^2}{1+\rho} \\
 &= \frac{3}{2}C_{gs}v_{sat}E_{sat} \cdot \frac{\rho^2}{1+\rho}
 \end{aligned} \tag{42}$$

这样直流功耗可表示为

$$P_D = V_{DD}I_D = V_{DD}\frac{3}{2}C_{gs}v_{sat}E_{sat}\frac{\rho^2}{1+\rho} \tag{43}$$

令

$$P_0 = \frac{3V_{DD}v_{sat}E_{sat}}{2\omega R_s}$$

根据 (43) 可以得到 C_{gs} 以直流功耗为变量的表达式，进而有

$$Q_L = \frac{1}{\omega C_{gs}R_s} = \frac{1}{\omega R_s} \cdot \frac{1}{P_D} \cdot \frac{3}{2}V_{DD}v_{sat}E_{sat}\frac{\rho^2}{1+\rho} = \frac{P_0}{P_D}\frac{\rho^2}{1+\rho} \tag{44}$$

将(44)代入(39)，F就成为 ρ 和 P_D 的函数。理论上对于给定的 P_D 可以通过微分找到使F最小的 ρ 值，进而得到相应的 Q_L 和 C_{gs} 。但是实际操作非常复杂，图表显得更有用。如果 $\rho \ll 1$ ，在给定 P_D 的条件下，可以得到一个近似的解

$$\rho^2 \approx \frac{P_D}{P_0} \sqrt{\frac{\delta}{5\gamma}} (1 - |c|^2) \left(1 + \sqrt{\frac{7}{4}}\right) \quad (45)$$

此时

$$Q_L = |c| \sqrt{\frac{5\gamma}{\delta}} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{3}{|c|^2} \left(1 + \frac{\delta}{5\gamma}\right)}\right] \approx 4 \quad (46)$$

$$W = \frac{3}{2} \frac{1}{\omega L C_{ox} R_s Q_L} \approx \frac{1}{3 \omega L C_{ox} R_s} \quad (47)$$

LC_{ox} 随工艺变化近似稳定，对于 50Ω 信号源，栅宽频率积约为 $750\mu\text{m-GHz}$ ，

$$F = 1 + 2.4 \frac{\gamma}{\alpha} \frac{\omega}{\omega_T} \quad (48)$$

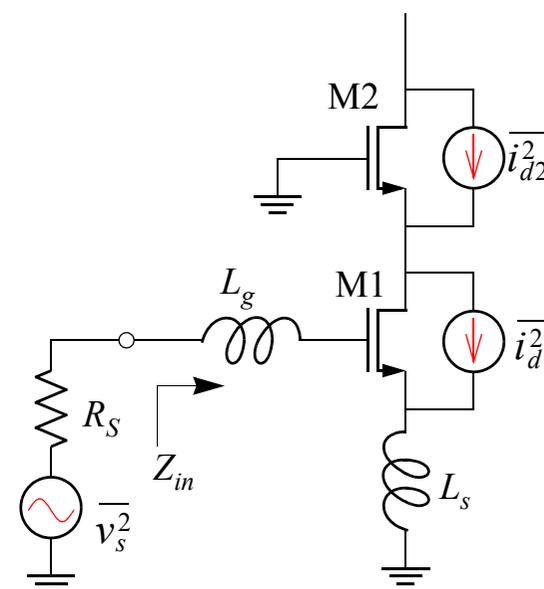
LNA 的不同结构

- 共源共栅结构

使用共栅极放大器 M2 所带来的主要好处是消除 Miller 效应的影响，增加反向隔离度，从而提高放大器的稳定性。但它同时也引入了一定的非线性和噪声。

图中 M2 的沟道噪声对输出噪声系数的贡献为

$$i_{o,d2} \approx \frac{\frac{1}{j\omega C_{gs}} + r_{o1}}{g_m \frac{1}{j\omega C_{gs}} r_{o1} + \frac{1}{j\omega C_{gs}} + r_{o1}} i_{d2} \quad (49)$$



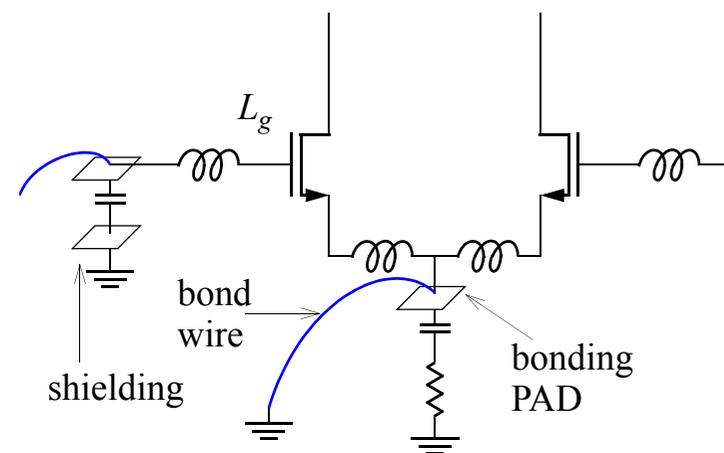
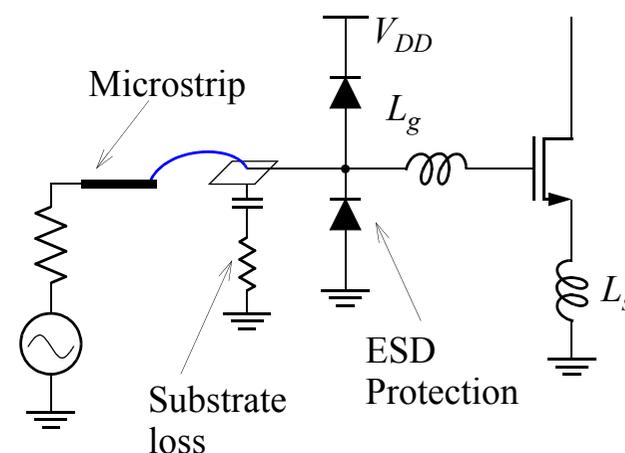
这里假设 M1 的漏极阻抗仅为其输出电阻 r_{o1} ，如果 $g_m r_{o1} \gg 1$ 且 $\omega \ll \omega_T$ ，则

$$\overline{i_{o,d2}^2} \approx \left| \frac{\frac{1}{j\omega C_{gs}} + r_{o1}}{g_m \frac{1}{j\omega C_{gs}} r_{o1}} \right|^2 \overline{i_{d2}^2} \approx \left| \frac{1}{g_m r_{o1}} + \frac{j\omega}{\omega_T} \right|^2 \overline{i_{d2}^2} = \left(\frac{1}{g_m^2 r_{o1}^2} + \frac{\omega^2}{\omega_T^2} \right) \overline{i_{d2}^2} \ll \overline{i_{d2}^2}$$

• 差分结构

单端LNA的优点是噪声小、功耗低、三次失真小，但一个很大的缺点是输入阻抗受源极寄生电感影响很大。

差分结构可以有效地解决这个问题，同时可以起到对共模噪声的抑制作用，提高放大器的IP2。它的问题是功耗和/或噪声相对较大，占用面积(主要是电感)大，并且在输入端通常需要单双端转换(Balun)。



参考文献

- [1] Paul R. Gray and Robert G. Meyer, *Analysis and Design of Analog Integrated Circuits*, 3rd ed. Chapter 11, Wiley, 1993.
- [2] Robert G. Meyer and William D. Mack, “A 1-GHz BiCMOS RF Front-End IC,” *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 29, pp. 350-355, March, 1994.
- [3] Derek K. Shaeffer and Thomas H. Lee, “A 1.5-V 1.5-GHz CMOS Low Noise Amplifier,” *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 32, pp. 745-759, May, 1997.
- [4] Yannis E. Papananos, *Radio-Frequency Microelectronic Circuits for Telecommunication Applications*, Chapter 1, 2, 5, Kluwer, 1999.
- [5] Guillermo Gonzalez, *Microwave Transistor Amplifiers: Analysis and Design*.
- [6] David M. Pozar, *Microwave Engineering*.

低噪声放大器补充讲义

- 并串反馈放大器

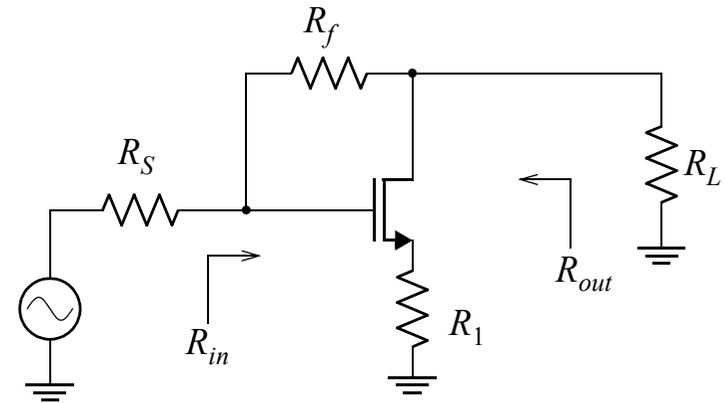
假设 C_{gs} 的电抗为无穷大，不难获得

$$R_{in} = \frac{(1 + g_m R_1)(R_L + R_f)}{1 + g_m R_1 + g_m R_L}$$

$$R_{out} = \frac{(1 + g_m R_1)(R_f + R_S)}{1 + g_m R_1 + g_m R_S}$$

(1a)

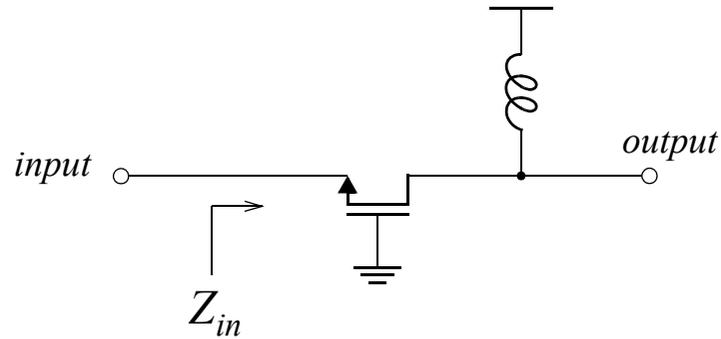
(1b)



如果 $R_S = R_L = R_0$ ，为了获得输入输出同时匹配，令 $R_{in} = R_{out} = R_0$ ，可得

$$(1 + g_m R_1)R_f = g_m R_0^2 \quad (2)$$

- 共栅放大器



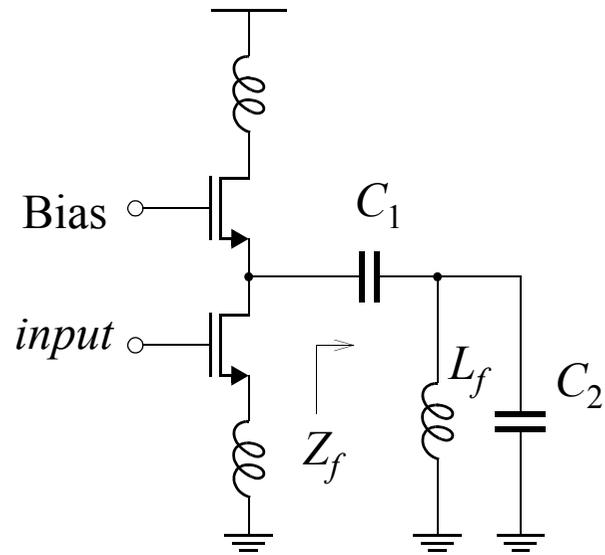
输入匹配:

$$Z_{in} \approx 1/g_m = R_S \quad (3)$$

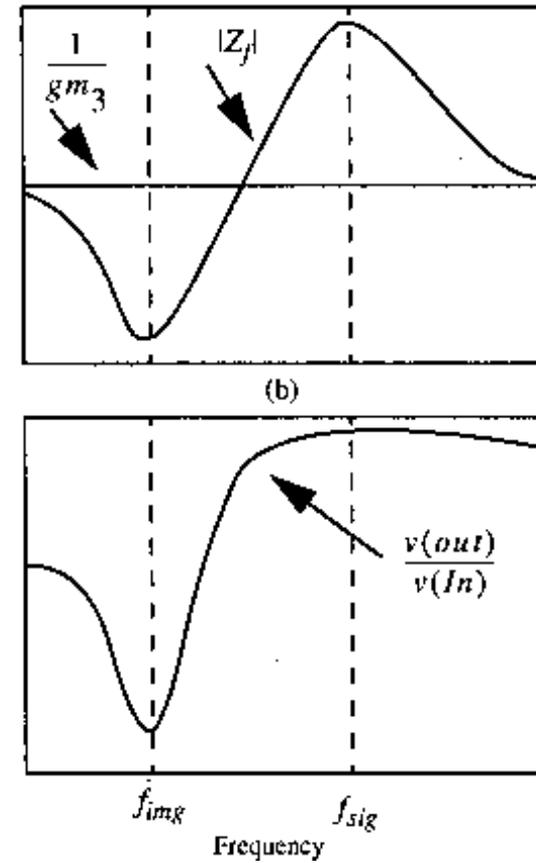
输入匹配条件下的噪声系数

$$F > 1 + \frac{(4kT\gamma g_{d0})/g_m^2}{4kTR_S} = 1 + \frac{\gamma}{\alpha} \quad (4)$$

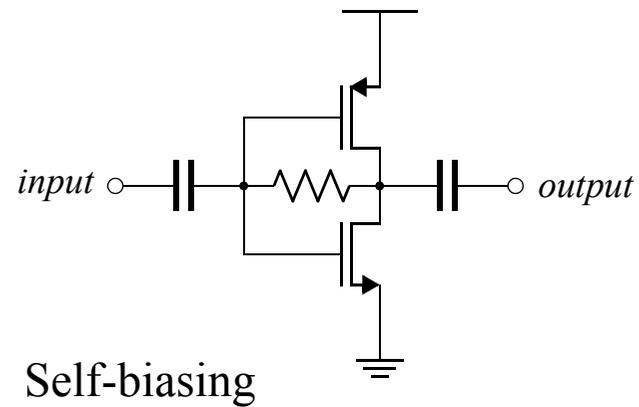
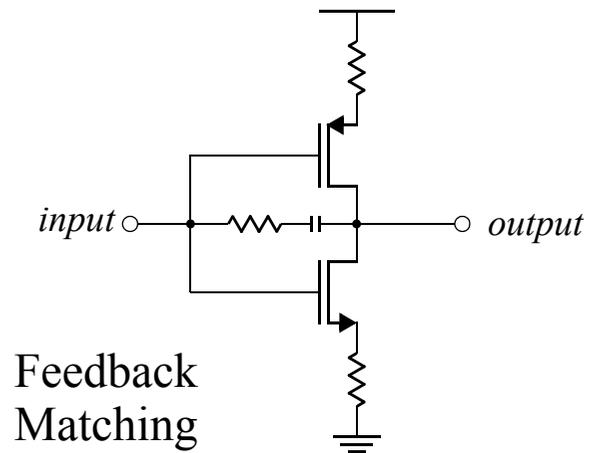
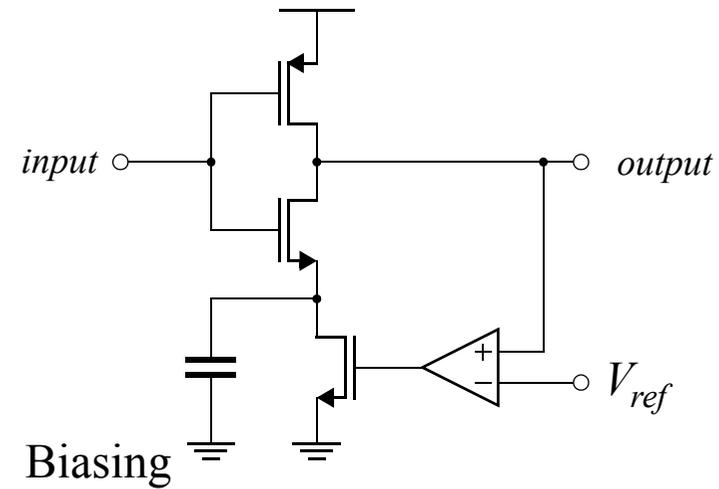
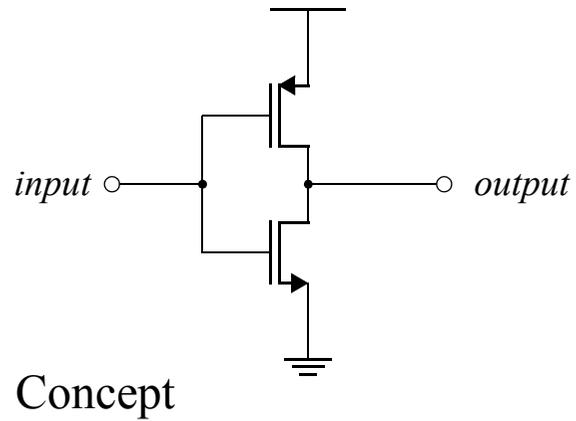
- 镜像抑制 LNA



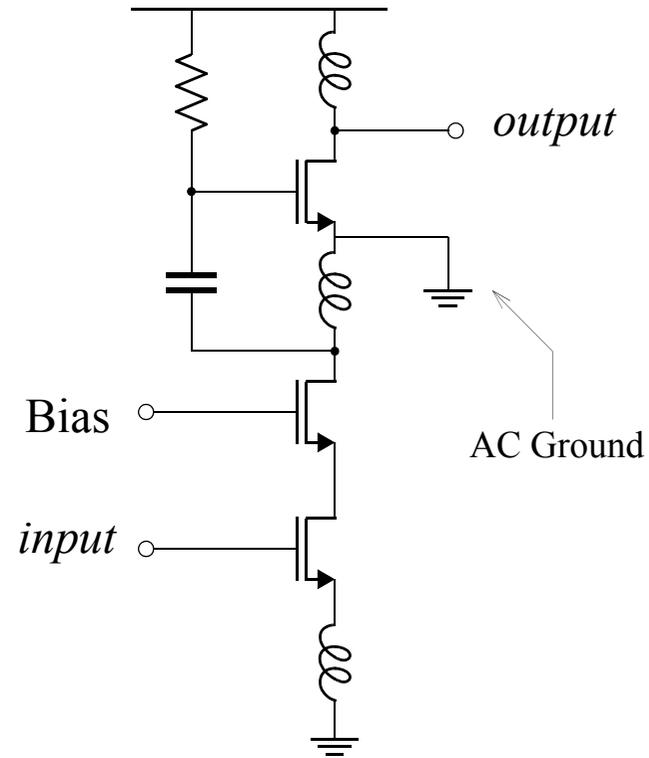
$$Z_f = \frac{L_f(C_1 + C_2)s^2 + 1}{C_1 C_2 L_f s^3 + C_1 s}$$



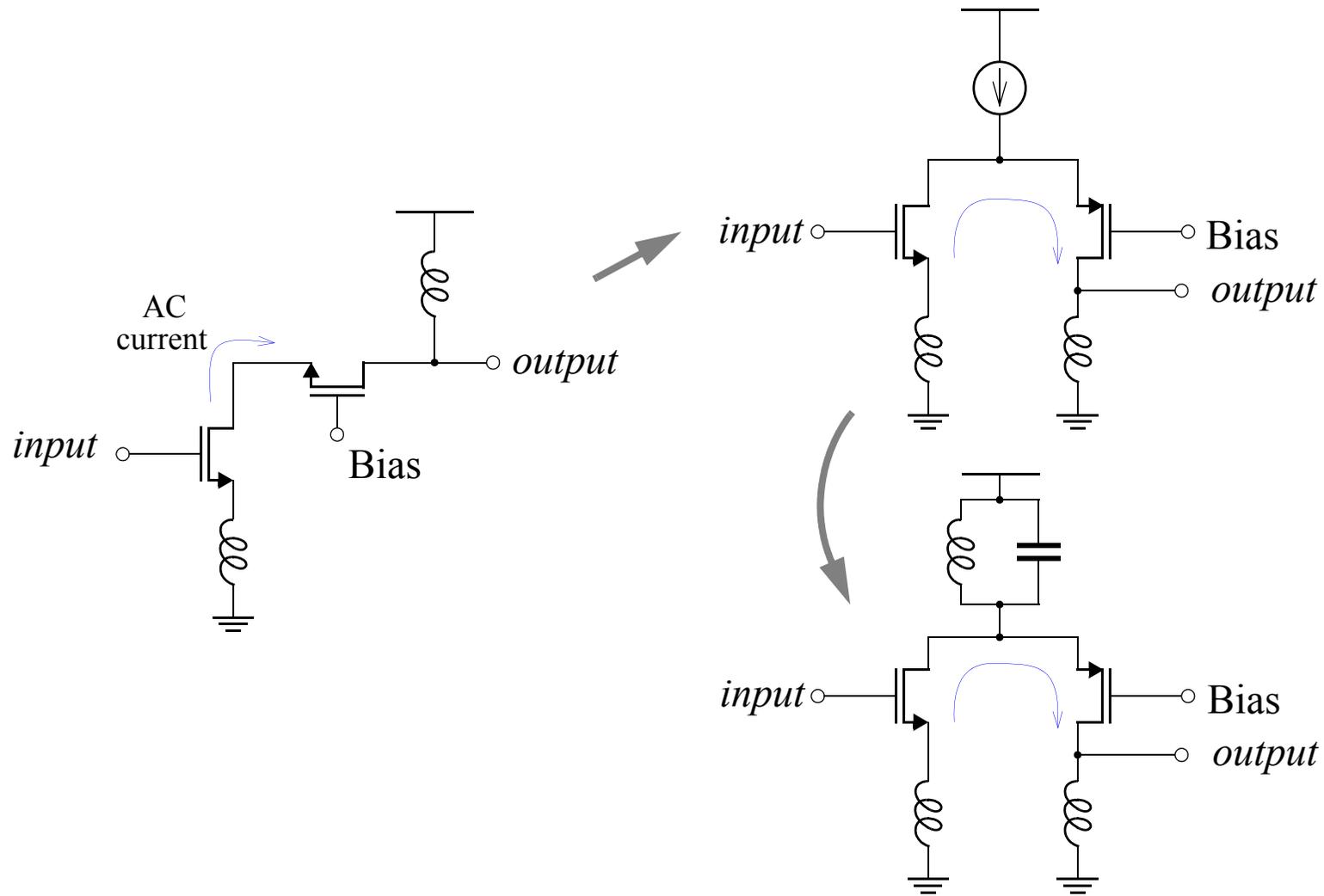
- 电流复用 CMOS 放大器



- 电流复用级联放大器



- 低电压折叠式共源共栅结构 (**folded cascode**)



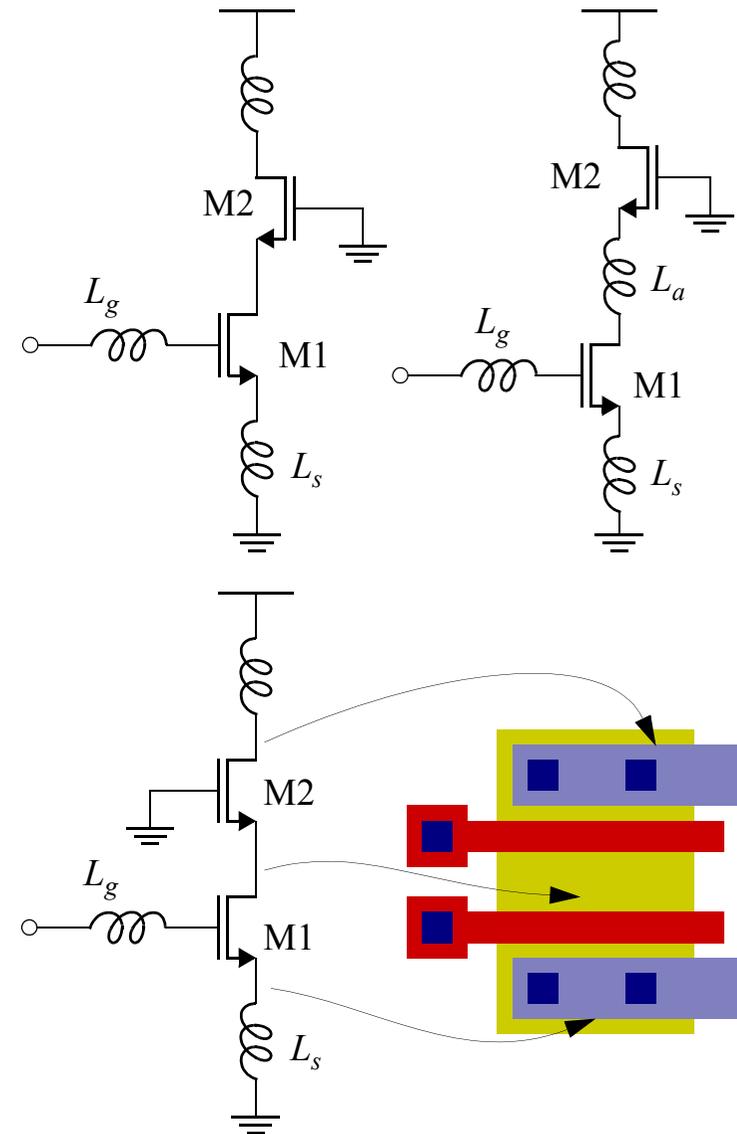
• 创意无限

– 共源共栅极间匹配^[1]

设计思想是利用电感 L_a 在M1和M2之间形成共轭匹配，但 L_a 引入了一个负的输入阻抗(C_{gd} 的作用)，为保持阻抗匹配，需要同时增大 L_s 和 L_g ，结果是噪声系数、隔离度等参数的恶化

– 双重栅极MOS管的共源共栅放大器^[2]

与极间匹配的努力相反，将M1和M2之间的寄生阻抗减至最小获得了满意的结果



参考文献

- [1] X. Li *et al*, “A Novel Design Approach for GHz CMOS Low Noise Amplifiers,” 1999 IEEE Radio and Wireless Conference (RAWCON), pp. 285-288.
- [2] Ryuichi Fujimoto *et al*, “A 7-GHz 1.8-dB NF CMOS Low Noise Amplifier,” *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 37, pp. 852-856, July 2002.